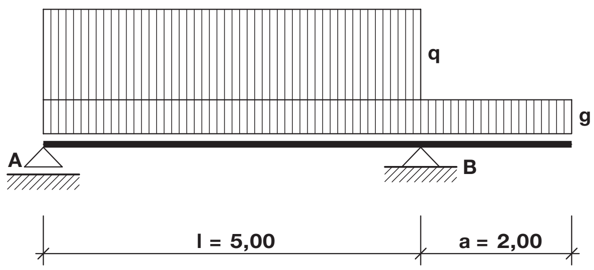
2.1.4 Flessione semplice. Taglio

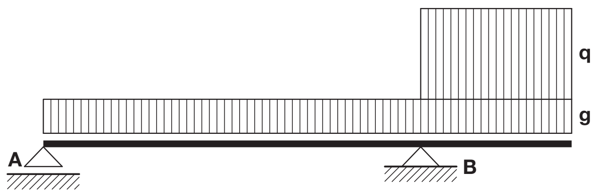
ESERCIZI SVOLTI

Flessione semplice retta

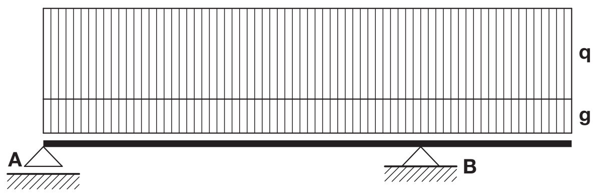
1 Progettare a flessione la trave in **figura a** soggetta ai carichi permanente $g = 3$ kN/m e di esercizio $q = 8$ kN/m, che dovrà essere realizzata con un profilato IPE di acciaio S275.



a



b



c

La trave deve essere progettata in funzione del momento massimo in valore assoluto e quindi è necessario considerare tre schemi di carico.

Schema a

Le reazioni valgono:

$$R_A = 26{,}30 \text{ kN}$$

$$R_B = 34{,}70 \text{ kN}$$

In campata si ha il taglio:

$$V = 0$$

$$\text{per } x_A = \frac{26{,}30}{8+3} \approx 2{,}39 \text{ m}$$

$$M_{AB} = 26{,}30 \times 2{,}39 - (8+3) \times \frac{2{,}39^2}{2} \approx 31{,}44 \text{ kN m}$$

$$M_B = -\,3 \times \frac{2{,}00^2}{2} = -\,6{,}00 \text{ kN m}$$

Schema b

Le reazioni risultano:

$$R_A = 3{,}10 \text{ kN}$$

$$R_B = 33{,}90 \text{ kN}$$

In campata si ha il taglio:

$$V = 0$$

$$\text{per } x_A = \frac{3{,}10}{3} \approx 1{,}03 \text{ m}$$

$$M_{AB} = 3{,}10 \times 1{,}03 - 3 \times \frac{1{,}03^2}{2} \approx 1{,}60 \text{ kN m}$$

$$M_B = -\,(8+3) \times \frac{2{,}00^2}{2} = -\,22 \text{ kN m}$$

Schema c

$$M_{AB} = \frac{q+g}{8 \cdot l^2} \cdot (l^2 - a^2)^2 = \frac{11}{8 \times 5{,}00^2} \times (5{,}00^2 - 2{,}00^2)^2 \approx$$

$$\approx 24{,}255 \text{ kN m}$$

$$M_B = -\,11 \times \frac{2{,}00^2}{2} = -\,22 \text{ kN m}$$

Il momento massimo in valore assoluto si verifica per lo schema di carico *a*, in funzione del quale si progetta la trave.

$$W_x = \frac{M}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{31{,}44 \times 10^6}{190} \approx 165{,}474 \times 10^3 = 165{,}474 \text{ cm}^3$$

Occorre quindi il profilato IPE 200 con $W_x = 194$ cm^3.

Flessione semplice deviata

2 Un elemento strutturale inflesso in acciaio S275, con luce $l = 3{,}00$ m, deve essere realizzato con un profilato a **T** con spigoli vivi, le cui ali appoggiano su due travi con l'asse inclinato di $\alpha = 20°$ sull'orizzontale. Sull'elemento grava il carico ripartito uniforme $q = 3$ kN/m.
Effettuare il progetto e la verifica dell'elemento.

L'elemento si considera semplicemente appoggiato agli estremi per cui è soggetto al momento:

$$M = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \times 3 \times 3{,}00^2 = 3{,}375 \text{ kN m}$$

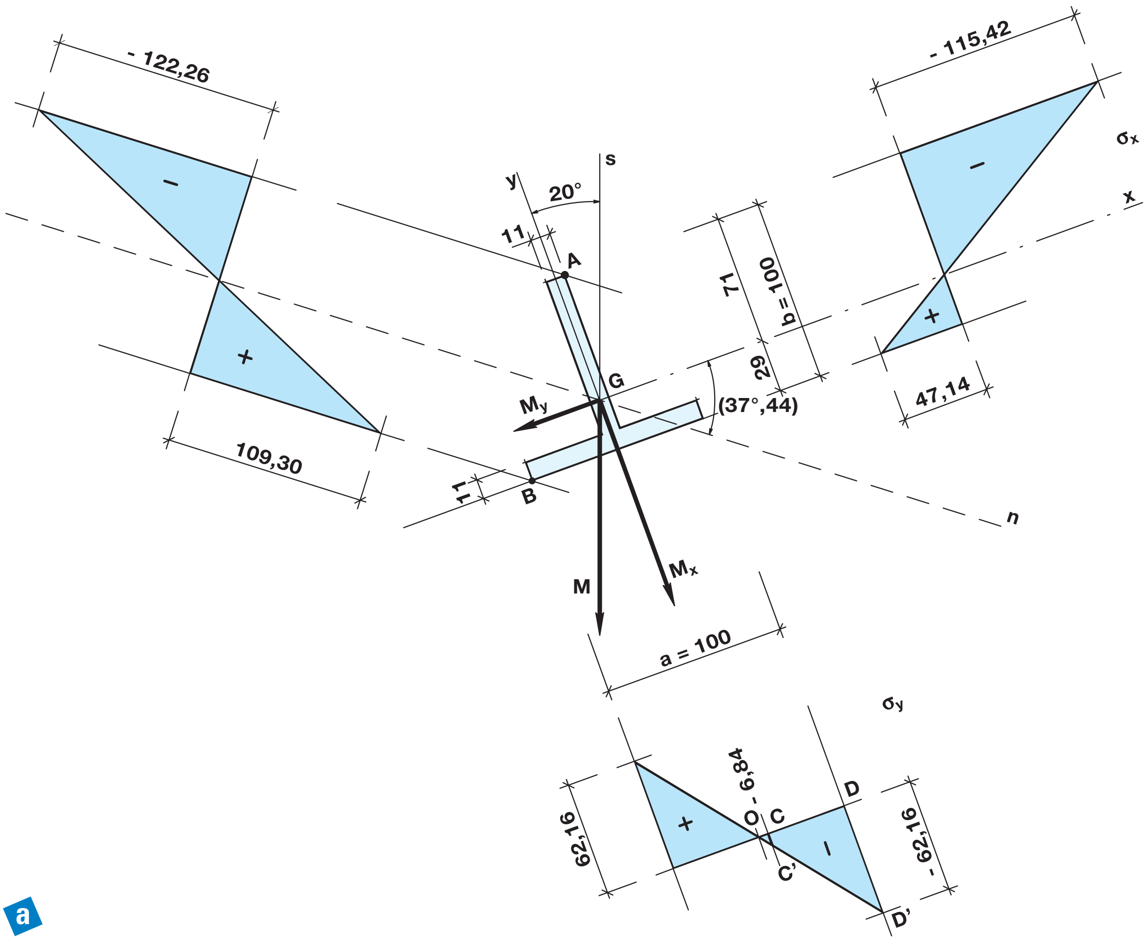
le cui componenti secondo gli assi x e y della sezione valgono **[fig. a]**:

$$M_x = M \cdot \cos\alpha = 3{,}375 \times \cos 20° \approx 3{,}17 \text{ kN m}$$

$$M_y = M \cdot \text{sen}\,\alpha = 3{,}375 \times \text{sen}\,20° \approx 1{,}15 \text{ kN m}$$

Assumendo il coefficiente $c = 1{,}5$ si ha:

$$W_x = \frac{M_x + c \cdot M_y}{\sigma_{adm}} = \frac{3{,}17 \times 10^6 + 1{,}5 \times 1{,}15 \times 10^6}{190} \approx 25{,}763 \text{ mm}^3 = 25{,}763 \text{ cm}^3$$



a

2.1.4 Flessione semplice. Taglio

Dal sagomario risulta che occorre un profilato **T**100 con $W_x = 27{,}50\ \text{cm}^3$, $W_y = 18{,}50\ \text{cm}^3$, $I_x = 195\ \text{cm}^4$ e $I_y = 92{,}70\ \text{cm}^4$, mentre il baricentro G è posto alla distanza $e_x = 29$ mm dalle ali. L'angolo β, formato dall'asse neutro n con l'asse principale x della sezione è:

$$\beta = \text{arctg}\,\frac{I_x}{I_y}\cdot \text{tg}\,\alpha = \text{arctg}\,\frac{195}{92{,}7}\cdot \text{tg}\,20° \approx 37°{,}44$$

Le parallele all'asse n passano per i vertici A e B che risultano i più sollecitati rispettivamente a compressione e a trazione; le tensioni massime dovute rispettivamente a M_x e a M_y valgono:

$$\sigma'_x = -\frac{M_x\cdot(b-e_x)}{I_x} = -\frac{3{,}17\times 10^6\times 71}{195\times 10^4} \approx$$

$$\approx -115{,}42\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma''_x = +\frac{M_x\cdot e_x}{I_x} = +\frac{3{,}17\times 10^6\times 29}{195\times 10^4} \approx +47{,}14\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_y = \pm\frac{M_y}{W_y} = \pm\frac{1{,}15\times 10^6}{18{,}50\times 10^3} \approx \pm 62{,}16\ \text{N/mm}^2$$

La tensione dovuta a M_y in corrispondenza del vertice A è rappresentata dal segmento CC' del diagramma σ_y e considerando due triangoli si ha:

$$\overline{OD} : \overline{OC} = \overline{DD'} : \overline{CC'}$$

e quindi:

$$\overline{CC'} = \sigma_{c,y} = \frac{\overline{DD'}\cdot\overline{OC}}{\overline{OD}} = \frac{-62{,}16\times 5{,}5}{50} \approx -6{,}84\ \text{N/mm}^2$$

Le tensioni massime di compressione e di trazione si verificano rispettivamente in corrispondenza dei vertici A e B e valgono:

$$\sigma_A^- = \sigma'_x + \sigma_{c,y} = -115{,}42 - 6{,}84 = -122{,}26\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_B^+ = \sigma''_x + \sigma_y = +47{,}14 + 62{,}16 = +109{,}30\ \text{N/mm}^2$$

Tracciata la fondamentale perpendicolare all'asse n, si riportano sulle parallele per A e B, da parti opposte, i valori calcolati delle tensioni σ_A^- e σ_B^+ ottenendo il diagramma tensionale.

3 Verificare a taglio la mensola rappresentata in **figura**, soggetta al carico concentrato $P = 65$ kN, che dovrà essere realizzata con un profilato HE in acciaio S235.

Le sollecitazioni massime risultano:

$$M = P\cdot l = 300\times 0{,}50 = 150\ \text{kN m}$$

$$V = P = 300\ \text{kN}$$

In funzione del tipo di acciaio i valori delle tensioni ammissibili sono:

$$\sigma_{adm} = 160\ \text{N/mm}^2 \qquad \tau_{adm} = 0{,}577\times 160 \approx 92\ \text{N/mm}^2$$

Se la mensola venisse progettata in funzione del momento si avrebbe:

$$W_x = \frac{150\times 10^6}{160} = 937{,}500\times 10^3\ \text{mm}^3 = 937{,}500\ \text{cm}^3$$

e sarebbe necessario un HE200M con $W_x = 967\ \text{cm}^3$, $S_x = 567\ \text{cm}^3$ e $I_x = 10\,642\ \text{cm}^4$; la tensione tangenziale massima risulterebbe:

$$\tau = \frac{V\cdot S_x}{I_x\cdot b} = \frac{300\times 10^3\times 567\times 10^3}{10\,642\times 10^4\times 15} \approx 106{,}56\ \text{N/mm}^2 > \tau_{adm}$$

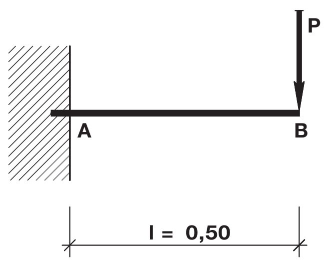
e quindi la sezione non è verificata a taglio.

Le ali del profilato HE sono piuttosto spesse, per cui la formula approssimata non fornisce un valore accettabile dell'area e quindi si può procedere per tentativi assumendo un profilato HE220M con il quale si ha:

$$\tau = \frac{300\times 10^3\times 710\times 10^3}{14\,605\times 10^4\times 15{,}5} \approx 94{,}09\ \text{N/mm}^2 > \tau_{adm}$$

Occorre pertanto un profilato ancora maggiore e si assume un HE240M ottenendo:

$$\tau = \frac{300\times 10^3\times 1058\times 10^3}{24\,289\times 10^4\times 18} \approx 72{,}60\ \text{N/mm}^2 < \tau_{adm}$$



2.1.4 Flessione semplice. Taglio

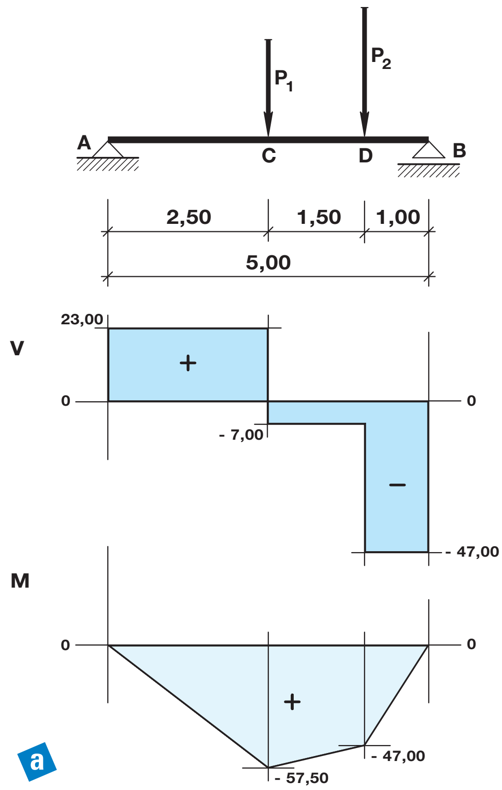
Flessione e taglio

4 Progettare e verificare la trave rappresentata in **figura a**, soggetta ai carichi $P_1 = 30$ kN e $P_2 = 40$ kN da realizzare con un profilato HE in acciaio S275.

I valori delle sollecitazioni flettente e tagliante sono riportati in **figura a**.

$$W_x = \frac{M_D}{\sigma_{adm}} = \frac{57{,}50 \times 10^6}{190} \approx 302{,}632 \times 10^3 \text{ mm}^3 = 302{,}632 \text{ cm}^3$$

Si adotta il profilato HE160B con $W_x = 311$ cm^3 e $I_x = 2492$ cm^4.



Verifiche [fig. b]

Sezione C

Ai lembi estremi si ha (sezione *a-a*):

$$\tau = 0 \qquad \sigma = \sigma_{max} = \frac{M_C}{W_x} = \frac{57{,}50 \times 10^6}{311 \times 10^3} \approx 184{,}89 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm}$$

In corrispondenza dell'attacco dell'anima con le ali si ha (sezione *b-b*):

$$\sigma = \frac{M_C \cdot y}{I_x} = \frac{57{,}50 \times 10^6 \times 67}{2492 \times 10^4} \approx 154{,}99 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = \tau_m = \frac{V}{t_a \cdot h_1} = \frac{23 \times 10^3}{8 \times 134} \approx 21{,}46 \text{ N/mm}^2$$

Tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{154{,}99^2 + 3 \times 21{,}46^2} \approx 159{,}38 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm}$$

Sezione D

Ai lembi estremi si ha (sezione *a-a*):

$$\tau = 0 \qquad \sigma = \sigma_{max} = \frac{M_D}{W_x} = \frac{47 \times 10^6}{311 \times 10^3} \approx 151{,}13 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{adm}$$

In corrispondenza dell'attacco ala-anima si ha (sezione *b-b*):

$$\sigma = \frac{M_D \cdot y}{I_x} = \frac{47 \times 10^6 \times 67}{2492 \times 10^4} \approx 126{,}36 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = \tau_m = \frac{V}{t_a \cdot h_1} = \frac{47 \times 10^3}{8 \times 134} \approx 43{,}84 \text{ N/mm}^2$$

Tensione ideale:

$$\sigma_{id} = \sqrt{126{,}36^2 + 3 \times 43{,}84^2} \approx 147{,}42 \text{ N/mm}^2$$

La sezione *C* è quindi la più sollecitata.