9.1.3 Tensioni tangenziali

ESERCIZI SVOLTI

1 Per la sezione circolare con diametro d = 80 mm, soggetta allo sforzo di taglio V = 300 kN, calcolare le tensioni massima e in corrispondenza della corda m lunga b = 60 cm posta alla distanza di 4,5 cm dal centro.

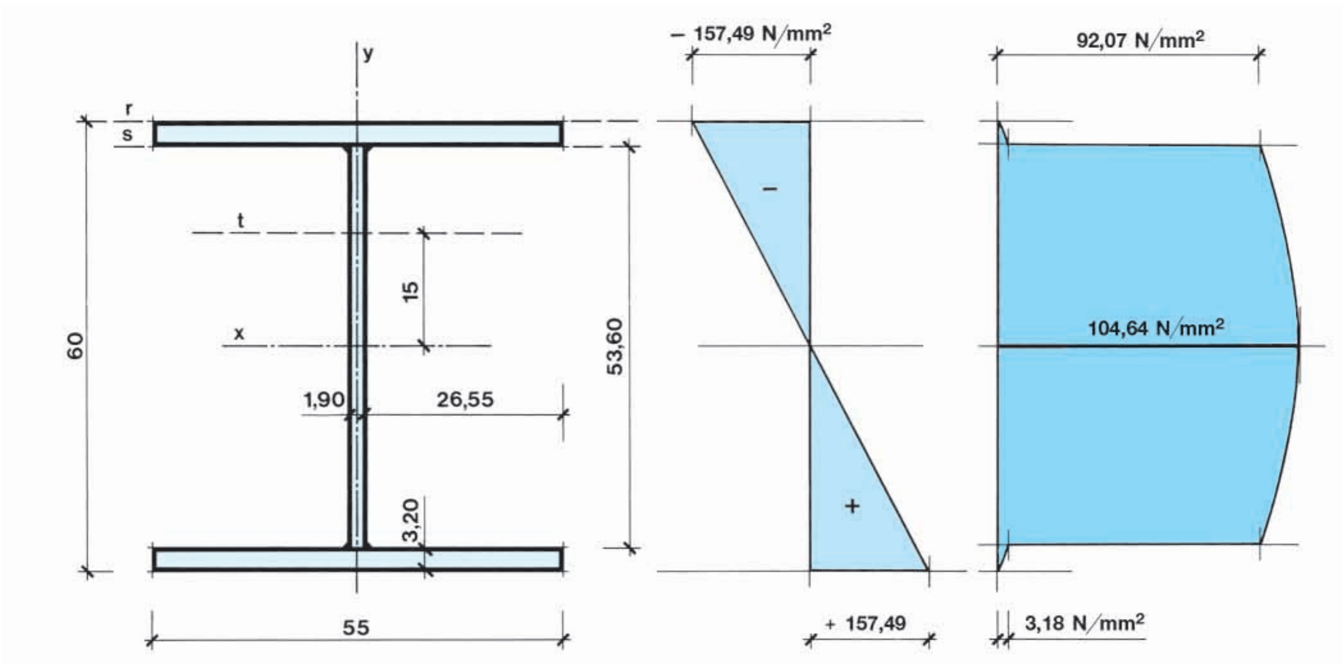
Tensione tangenziale massima:

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{\pi \cdot R^2} = \frac{4}{3} \times \frac{300 \times 10^3}{\pi \cdot 40^2} \approx 79{,}58 \text{ N/mm}^2$$

Tensione tangenziale in corrispondenza della corda m:

$$\tau_m = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{\pi \cdot R^3} \cdot \frac{b}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{300 \times 10^3}{\pi \cdot 40^3} \times \frac{60}{2} \approx 59{,}68 \text{ N/mm}^2$$

2 Una trave composta a doppio **T** è stata ottenuta per unione con saldatura di lamiere e presenta la sezione riportata in **figura**. La trave è appoggiata alle estremità con una luce di 6,00 m ed è soggetta a un carico ripartito uniforme q = 360 kN/m. Determinare le tensioni massime per flessione e taglio, tracciare i relativi diagrammi tensionali e determinare le tensioni in corrispondenza delle corde r, s, t e x (quote in cm).



Il momento flettente massimo si verifica nella sezione di mezzeria della trave e vale:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = \frac{1}{8} \times 360 \times 6{,}00^2 = 1620 \text{ kN m} = 1620 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

mentre lo sforzo di taglio massimo si ha sugli appoggi con un valore:

$$V_{\max} = \frac{q \cdot l}{2} = \frac{360 \times 6{,}00}{2} = 1080 \text{ kN} = 1080 \times 10^3 \text{ N}$$

Calcolo della tensione per flessione

Momento d'inerzia

$$I_x = \frac{1}{12} \times 55 \times 60^3 - 2 \times \frac{1}{12} \times 26{,}55 \times 53{,}60^3 = 308\,591{,}35 \text{ cm}^4 = 308\,591{,}35 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

Modulo di resistenza

$$W_x = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = \frac{308\,591{,}35}{\frac{60}{2}} \approx 10\,286{,}38 \text{ cm}^3 = 10\,286{,}38 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{1620 \times 10^6}{10\,286{,}38 \times 10^3} \approx 157{,}49 \text{ N/mm}^2$$

Calcolo della tensione tangenziale

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{B-b} \cdot \frac{B \cdot H^2 - b \cdot h^2}{B \cdot H^3 - b \cdot h^3} =$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{1080 \times 10^3}{55 - 53{,}10} \times \frac{55 \times 60^2 - 53{,}10 \times 53{,}60^2}{55 \times 60^3 - 53{,}10 \times 53{,}60^3} \approx 10\,463{,}82 \text{ N/cm}^2 \approx 104{,}64 \text{ N/mm}^2$$

Si procede ora al calcolo delle tensioni in corrispondenza delle corde indicate nel testo, applicando le formule generali sia per la flessione sia per il taglio.

1. Corda *r*

Calcolo della tensione per flessione

$$\sigma_r = \frac{M \cdot y_r}{I_x} = \frac{1620 \times 10^6 \times 30 \times 10}{308\,591{,}35 \times 10^4} \approx 157{,}49 \text{ N/mm}^2$$

Valore ovviamente uguale a quello precedentemente ottenuto.

Calcolo della tensione tangenziale

$$\tau_r = \frac{V \cdot S_r}{I_x \cdot b_r}$$

ed essendo il momento statico $S_r = 0$ risulta $\tau_r = 0$.

2. Corda *s*

Calcolo della tensione per flessione

$$\sigma_s = \frac{M \cdot y_s}{I_x} = \frac{1620 \times 10^6 \times 26{,}80 \times 10}{308\,591{,}35 \times 10^4} = 140{,}69 \text{ N/mm}^2$$

Calcolo della tensione tangenziale

Momento statico

$$S_s = 55 \times 3{,}20 \times 28{,}40 = 4998{,}40 \text{ cm}^3 \approx 4998{,}40 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\tau_s = \frac{V \cdot S_s}{I_x \cdot b_s} = \frac{1080 \times 10^3 \times 4998{,}40 \times 10^3}{308\,591{,}35 \times 10^4 \times 550} \approx 3{,}18 \text{ N/mm}^2$$

In corrispondenza della corda *s* si ha una brusca riduzione di base, per cui dopo aver considerato $b_s = 55$ cm, si considera $b'_s = 1{,}90$ cm:

$$\tau'_s = \frac{V \cdot S_s}{I_x \cdot b'_s} = \frac{1080 \times 10^3 \times 4998{,}40 \times 10^3}{308\,591{,}35 \times 10^4 \times 19} \approx 92{,}07 \text{ N/mm}^2$$

3. Corda *t*

Calcolo della tensione per flessione

$$\sigma_t = \frac{M \cdot y_t}{I_x} = \frac{1620 \times 10^6 \times 150}{308\,591{,}35 \times 10^4} \approx 78{,}74 \text{ N/mm}^2$$

Calcolo della tensione tangenziale

Momento statico

$$S_t = (55 \times 3{,}20 \times 28{,}40) + (11{,}80 \times 1{,}90 \times 20{,}90) = 5466{,}98 \text{ cm}^3 \approx 5467 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\tau_t = \frac{V \cdot S_t}{I_x \cdot b_t} = \frac{1080 \times 10^3 \times 5467 \times 10^3}{308\,591{,}35 \times 10^4 \times 19} \approx 100{,}70 \text{ N/mm}^2$$

4. Corda *x*

Calcolo della tensione per flessione

Essendo $y_x = 0$ si ha $\sigma_x = 0$.

Calcolo della tensione tangenziale

Momento statico

$$S_x = (55 \times 3{,}20 \times 28{,}40) + (26{,}80 \times 1{,}90 \times 13{,}40) = 5680{,}73 \text{ cm}^3 \approx 5681 \times 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\tau_x = \frac{V \cdot S_x}{I_x \cdot b_x} = \frac{1080 \times 10^3 \times 5681 \times 10^3}{308\,591{,}35 \times 10^4 \times 19} \approx 104{,}64 \text{ N/mm}^2$$

3 Su una trave a sbalzo, con luce di 1,80 m, realizzata con un profilato UPN 240, grava un carico ripartito uniforme $q = 30$ kN/m.
Calcolare le tensioni normali e tangenziali.

Dal sagomario si ricavano i valori statici del profilato:

$W_x = 300 \text{ cm}^3$ $\quad I_x = 3599 \text{ cm}^4$ $\quad S_x = 179 \text{ cm}^3$

spessore dell'anima $a = 0{,}95$ cm

Il momento massimo si verifica nella sezione di incastro e vale:

$$M_i = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot l^2 = -\frac{1}{2} \times 30 \times 1{,}80^2 = -48{,}60 \text{ kN m} = -48{,}60 \times 10^6 \text{ N mm}$$

Nella stessa sezione si manifesta lo sforzo di taglio massimo con un valore:

$$V_i = 30 \times 1{,}80 = 54 \text{ kN} = 54 \times 10^3 \text{ N}$$

Calcolo della tensione per flessione

$$\sigma = \frac{M_i}{W_x} = \frac{48{,}60 \times 10^6}{300 \times 10^3} = 162 \text{ N/mm}^2$$

Calcolo della tensione tangenziale

La tensione tangenziale massima si verifica in corrispondenza dell'asse neutro, per cui si assume come a lo spessore dell'anima:

$$\tau = \frac{V \cdot S_x}{I_x \cdot a} = \frac{54 \times 10^3 \times 179 \times 10^3}{3599 \times 10^4 \times 9{,}5} = 28{,}27 \text{ N/mm}^2$$