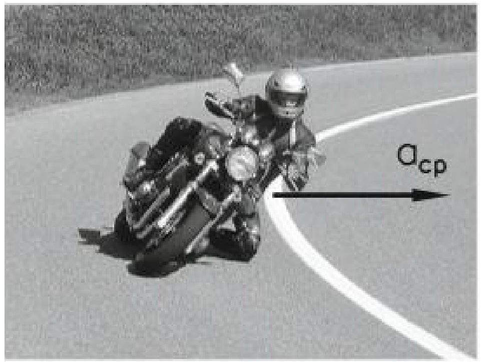
Fig. 1.38

Moto in curva con l'indicazione dell'accelerazione centripeta.



Esempio

Una moto percorre una traiettoria circolare di raggio r = 200 m alla velocità costante di 80 km/h. Determinare la velocità angolare e l'accelerazione centripeta della moto (▸ *Fig. 1.38*).

Soluzione

Il valore della velocità angolare si ricava dalla [*1.40*]:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{22,22}{200} = 0,11\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

dove:

$$v = \frac{80}{3,6}\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 22,22\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

L'accelerazione centripeta, secondo la [*1.46*], vale:

$$a_{cp} = \omega^2 r = 0,11^2 \times 200 = 2,469\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

oppure, per la [*1.45*] vale:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{22,22^{\,2}}{200} = 2,469\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

POLIGLOTTA

Moto circolare uniformemente vario

GB: Rotatory uniformly variable

Esempio

L'anello interno di un cuscinetto a sfere ruota alla velocità angolare ω_0 = 450 rad/s (▸ *Fig. 1.39*). Se la sua velocità aumenta fino al valore ω_1 = 600 rad/s in 2 secondi, quanto valgono l'accelerazione angolare ε e lo spostamento angolare ϑ percorso?

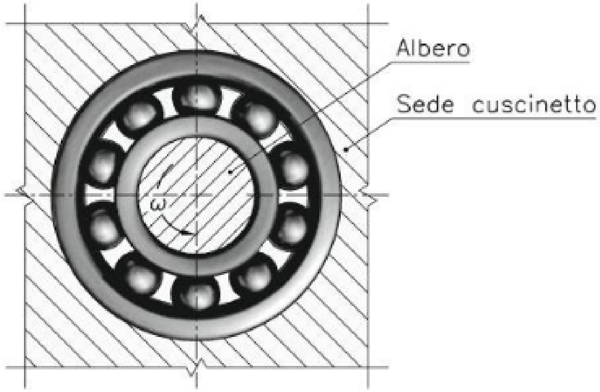
Soluzione

Dalla [*1.48*] si ottiene l'accelerazione angolare:

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

sostituendo i dati si ha:

$$\varepsilon = \frac{600 - 450}{2} = 75\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$



Per la [*1.50*], relativa agli spazi, si ha:

$$\vartheta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2$$

da cui si ottiene:

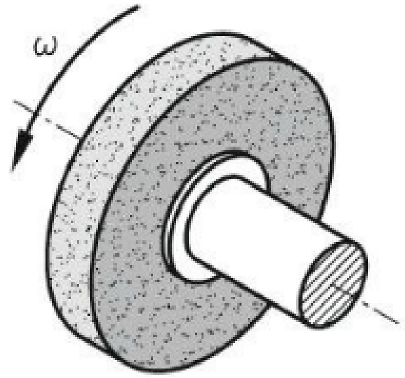
$$\vartheta = 450 \times 2 + \frac{1}{2} 75 \times 2^2 = 1050 \text{ rad}$$

a cui corrisponde il numero di giri n_g:

$$n_g = \frac{\vartheta}{2\pi} = \frac{1050}{2\pi} = 167,11 \text{ giri}$$

Esempio
Una mola ruota alla velocità angolare $\omega_0 = 330$ rad/s (▸ *Fig. 1.40*). Determinare il tempo t necessario per rallentare fino alla velocità $\omega_1 = 30$ rad/s con una decelerazione $\varepsilon = 5$ rad/s^2 e calcolare quanti giri deve compiere.

Fig. 1. 40
Mola a disco.



Soluzione
Si applica la [*1.55*] relativa alla decelerazione:

$$-\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

da cui si ricava il valore del tempo che la mola impiega per rallentare:

$$t = \frac{\omega_0 - \omega_1}{\varepsilon} = \frac{330 - 30}{5} = 60 \text{ s}$$

Se si considera la legge degli spazi [*1.57*] si ha:

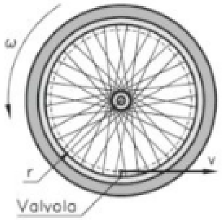
$$\vartheta = \omega_0 t - \frac{1}{2}\varepsilon t^2$$

sostituendo il valore del tempo impiegato per rallentare, si ottiene il valore dello spazio espresso in radianti:

$$\vartheta = 330 \times 60 - \frac{1}{2} 5 \times 60^2 = 10\,800 = 1718{,}87 \text{ giri}$$

Esempio

Il tappo della valvola di gonfiaggio di un pneumatico da bicicletta percorre una traiettoria circolare di raggio r = 0,3 m rispetto al mozzo (▸ *Fig. 1.43*). Sapendo che la ruota, partendo da ferma, raggiunge in 20 s la velocità di rotazione n = 400 giri/min, determinare le velocità angolare ω e periferica v raggiunte dal tappo rispetto al mozzo e le accelerazioni angolare ε, tangenziale a_t e centripeta a_{cp} agenti su di esso.



Soluzione

La velocità n = 400 giri/min corrisponde a una velocità angolare, per cui si ha:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi 400}{60} = 41{,}9\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Per la [*1.40*], la velocità periferica vale:

$$v = \omega r = 41{,}9 \times 0{,}3 = 12{,}57\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 45{,}25\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Se si considera la [*1.53*] si ha:

$$\omega = \varepsilon t$$

da cui si ricava l'accelerazione angolare:

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t} = \frac{41{,}9}{20} = 2{,}1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Per la [*1.59*] l'accelerazione tangenziale sul tappo vale:

$$a_t = \varepsilon r = 2{,}1 \times 0{,}3 = 0{,}63\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

infine, per la [*1.46*], l'accelerazione centripeta al regime massimo risulta:

$$a_{cp} = \omega^2 r = 41{,}9^2 \times 0{,}3 = 526{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$