

1 moto rettilineo uniforme

$v = \text{costante}$ \longrightarrow si percorrono spazi uguali in tempi uguali (accelerazione = 0)

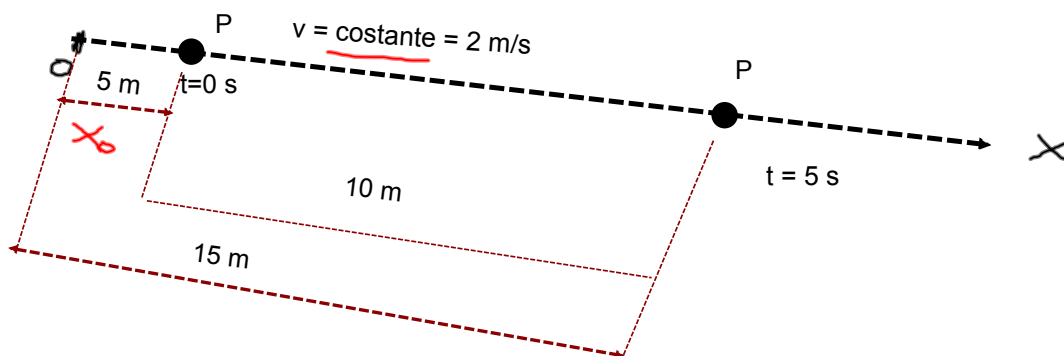
leggi del moto

$x(t) = x_0 + v \cdot t$

$v = \text{costante}$

$x_0 = x(t = 0)$

$x(t)$ rappresenta la posizione del punto in un generico istante di tempo "t", rispetto ad un determinato sistema di riferimento !!!!
 x_0 rappresenta la posizione del punto all'istante di tempo $t = 0$ rispetto ad un determinato sistema di riferimento !!!!



Nel nostro caso:

$x_0 = 5 \text{ m}$

$x(t=5s) = 5 + 2 \cdot 5 = 15 \text{ m}$

$x(t) = x_0 + v \cdot t$

- Dopo quanto tempo il punto si trova a 100 m dall'origine ?

$x(t) = x_0 + v \cdot t$

$100 = 5 + 2 \cdot t \Rightarrow 100 - 5 = 2 \cdot t$

$95 = 2 \cdot t \Rightarrow t = \frac{95}{2} = 47.5 \text{ s}$

2 moto rettilineo uniformemente accelerato

L'accelerazione del moto è costante !!! (a = costante)

leggi del moto

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$a = \text{costante}$$

x(t) **rappresenta** la posizione del punto in un generico istante di tempo " t ", rispetto ad un determinato sistema di riferimento !!!!

x₀ **rappresenta** la posizione del punto all'istante di tempo t = 0 rispetto ad un determinato sistema di riferimento !!!!

v₀ **rappresenta** la velocità del punto nel momento in cui il moto diventa moto rettilineo uniformemente accelerato !!!!

ESEMPIO:

Un punto che si trova a 100m dall'origine viaggia con velocità di 8 m/s . Improvvisamente accelera in modo costante con accelerazione di 0,5 m/s².

Si vuole conoscere:

- dove si trova il punto dopo 10 secondi
- la velocità dopo 10 secondi
- quanto tempo impiega il corpo a percorrere 1000 m
- la velocità raggiunta dopo 1000 m

legge del moto:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

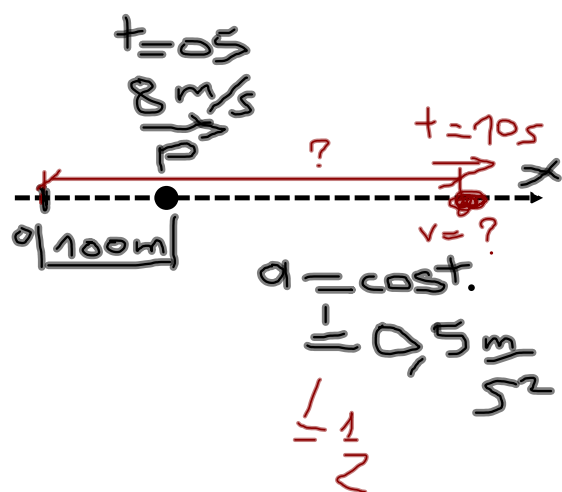
$$x(t = 10s) = 100 + 8 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^2$$

$$x(t = 10s) = 205 \text{ m}$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$v(t = 10s) = 8 + \frac{1}{2} \cdot 10$$

$$v(t = 10s) = 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



.....

Si vuole conoscere:

- dove si trova il punto dopo 10 secondi
- la velocità dopo 10 secondi
- quanto tempo impiega il corpo a percorrere 1000 m
- la velocità raggiunta dopo 1000 m

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$1000(t = ?) = 100 + 8 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2$$

$$1000 = 100 + 8 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot t^2$$

$$0.25 \cdot t^2 + 8 \cdot t - 900 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0.25 \\ b = 8 \\ c = -900 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 0,25 \cdot (-900)}}{2 \cdot 0,25} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 900}}{0.5} \cong \frac{-8 \pm 31}{0.5}$$

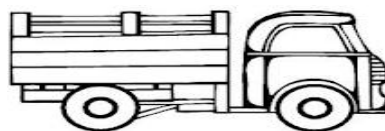
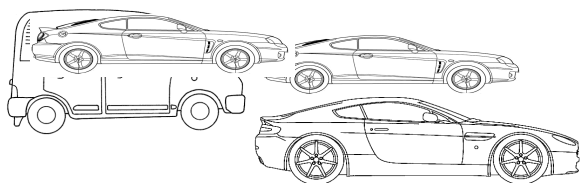
$$x_1 = 46 \text{ s}$$

$$x_2 = -78 \text{ s}$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$v(t = 46\text{s}) = 8 + \frac{1}{2} \cdot 46$$

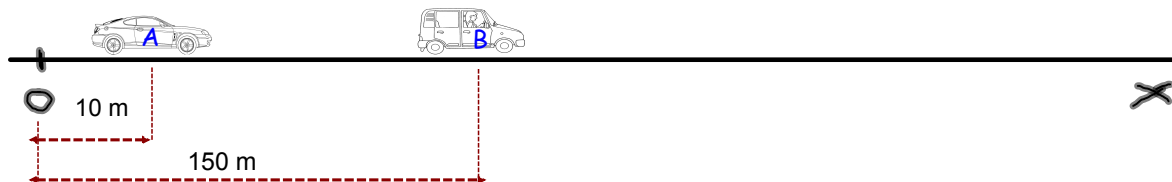
$$v(t = 46\text{s}) = 8 + 23 = 31 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{-----} \rightarrow \text{velocità quando il corpo si trova a 1000m cioè dopo 46 s.}$$



improvvisamente "A" accelera
costantemente con $0,2 \text{ m/s}^2$

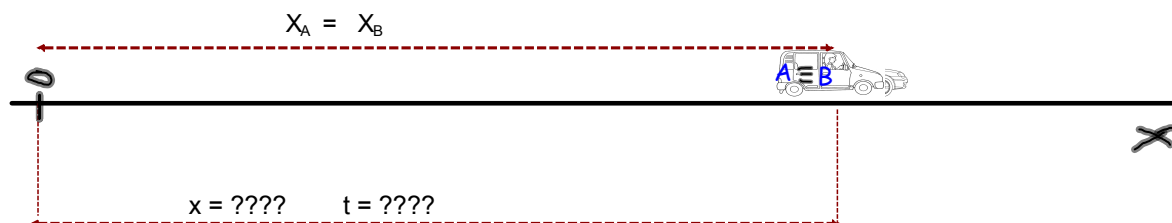
$v_A = 3 \text{ m/s}$

$v_B = 2 \text{ m/s} = \text{costante}$



DOMANDA 1 Quanto tempo impiega "A" a raggiungere "B" ?????

DOMANDA 2 A quale distanza dall'origine "A" raggiungere "B" ?????



leggi del moto di "A" e di "B"

moto rettilineo
uniformemente
accelerato
(a = costante)

moto rettilineo uniforme
(v = costante)

$$x_A(t) = x_{0,A} + v_{0,A} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_A \cdot t^2$$

$$x_B(t) = x_{0,B} + v_B \cdot t$$

$$x_A(t) = 10 + 3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 0.2 \cdot t^2$$

$$x_B(t) = 150 + 2 \cdot t$$

Se nel momento del sorpasso $x_A \cong x_B$

$$\begin{cases} x_B(t) = 150 + 2 \cdot t \\ x_A(t) = 10 + 3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 0.2 \cdot t^2 \\ x_A(t) = x_B(t) \leftarrow \text{nel sorpasso} \end{cases} \Rightarrow 150 + 2 \cdot t = 10 + 3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 0.2 \cdot t^2$$

$$150 + 2 \cdot t = 10 + 3 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 0.2 \cdot t^2$$

$$0,1 \cdot t^2 + t - 140 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 0,1 \cdot 140}}{2 \cdot 0,1} \cong 32,75 \text{ s}$$

DOMANDA 1 Quanto tempo impiega "A" a raggiungere "B" $\cong 32.75 \text{ s}$

$$\text{se } x_B(t) = 150 + 2 \cdot t$$

allora :

$$x_B(t = 32,75) = 150 + 2 \cdot 32,75$$

$$x_B(t = 32,75) = 215,5 \text{ m}$$

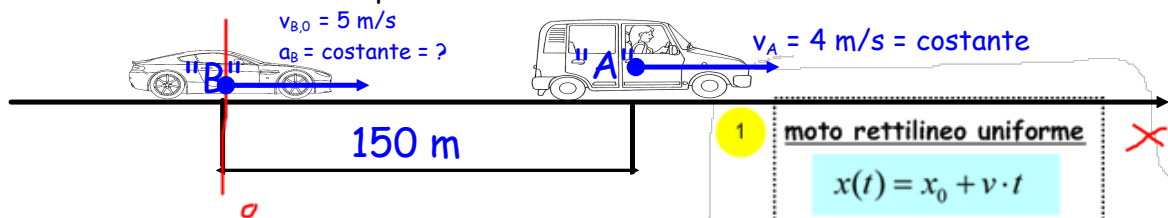
$$x_B = x_A = 215,5 \text{ m}$$

DOMANDA 2 A quale distanza dall'origine "A" raggiungere "B" $\approx 215,5 \text{ m}$



esercizio

L'auto "A" viaggia a velocità 4 m/s. L'auto "B" la precede di 150 m con velocità di 5 m/s. Se il conducente di "B" decidesse di superare la vettura "B" in 12 secondi con accelerazione costante quanto dovrebbe accelerare?



suggerimento

- 1 **moto rettilineo uniforme** X

$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

$$v = \text{costante}$$

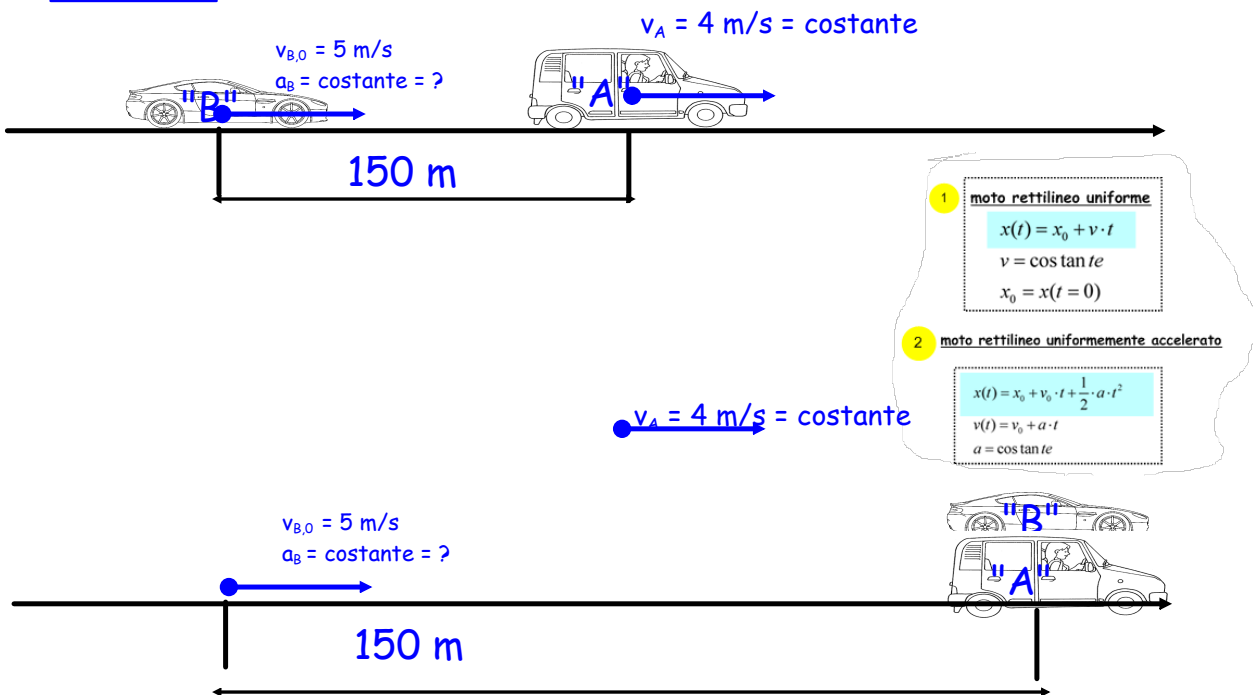
$$x_0 = x(t = 0)$$
- 2 **moto rettilineo uniformemente accelerato**

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

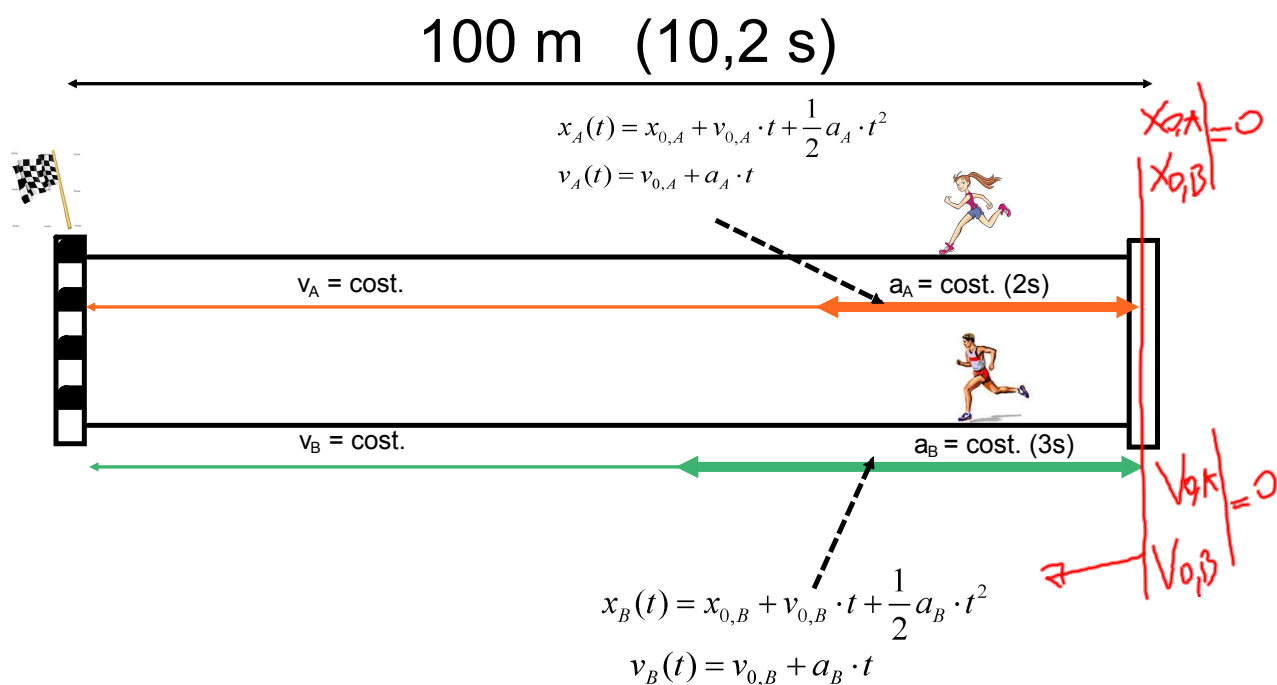
$$a = \text{costante}$$

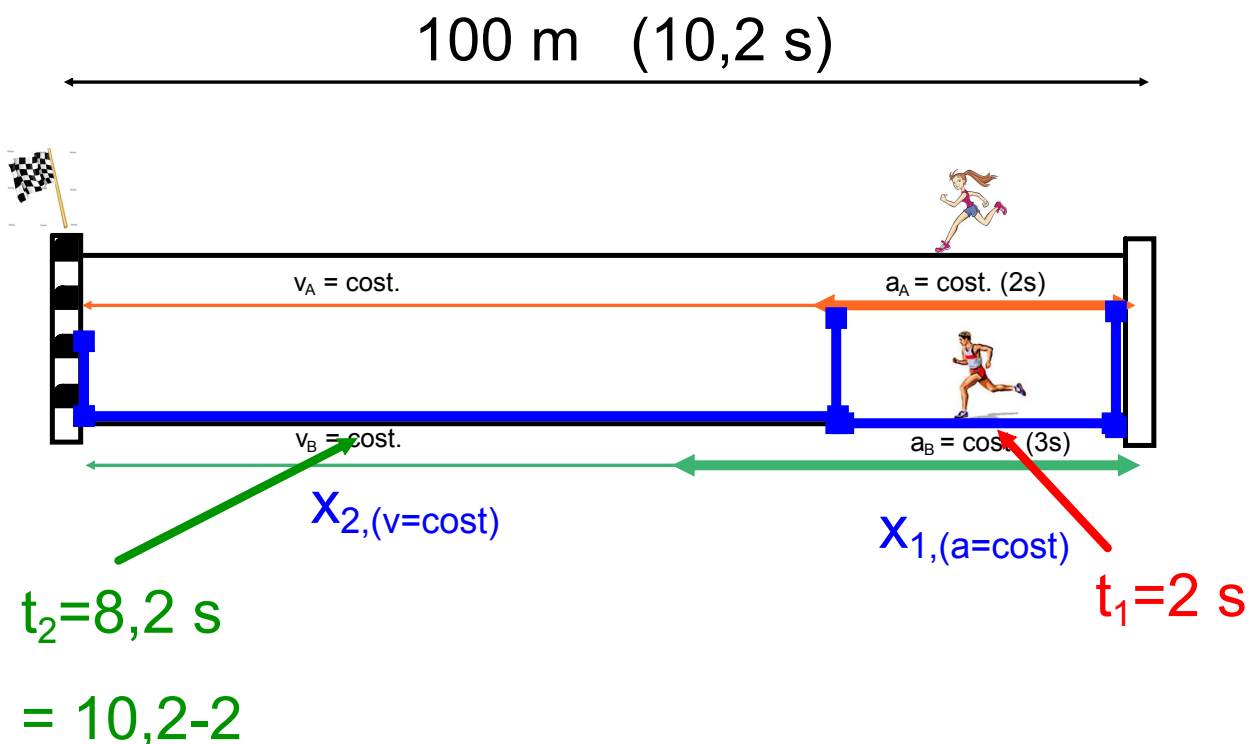
soluzione



100 metri

In una gara sulla distanza $d = 100$ m, due atleti impiegano lo stesso tempo di $T = 10.2$ s. Il primo impiega $t_1 = 2$ s in accelerazione costante, poi mantiene la velocità costante fino alla fine; mentre il secondo accelera per $t_2 = 3$ s, poi mantiene la velocità costante. Determinare per ciascun concorrente l'accelerazione e la velocità massima.





$$x_{1,(a=\text{cost})} + x_{2,(v=\text{cost})} = 100m$$

$$x_{1,(a=const)} + x_{2,(v=const)} = 100m$$

$$x_1(t=2s) = \frac{1}{2}a2^2$$

$$x_2(t=8,2s) = v \cdot 8,2$$

$$v(t=2s) = a \cdot 2$$

$$v_2=const. = 2 \cdot a$$



$$x_{1,(a=const)} + x_{2,(v=const)} = 100m$$

$$\frac{1}{2}a2^2 + v8,2 = 100m$$

$$\frac{1}{2}a2^2 + (2a)8,2 = 100m$$

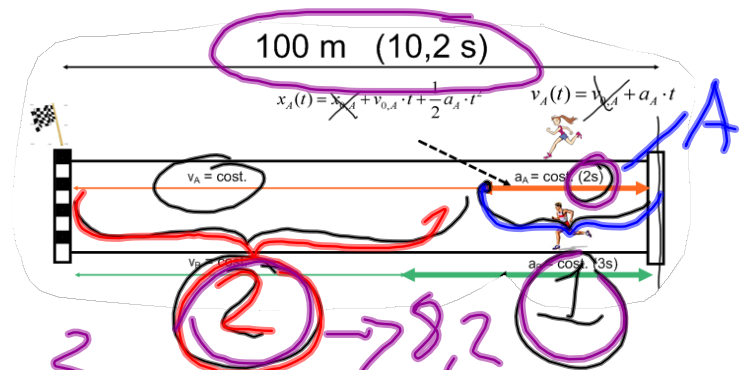
$$\frac{1}{2}a2^2 + (2a)8,2 = 100m$$

$$2a + 16,4a = 100$$

$$18,4a = 100$$

$$a = \frac{100}{18,4} = 5,43 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Se ... } v(t = 2s) = a \cdot 2 \longrightarrow v = 10,86 \text{ m/s}$$



①

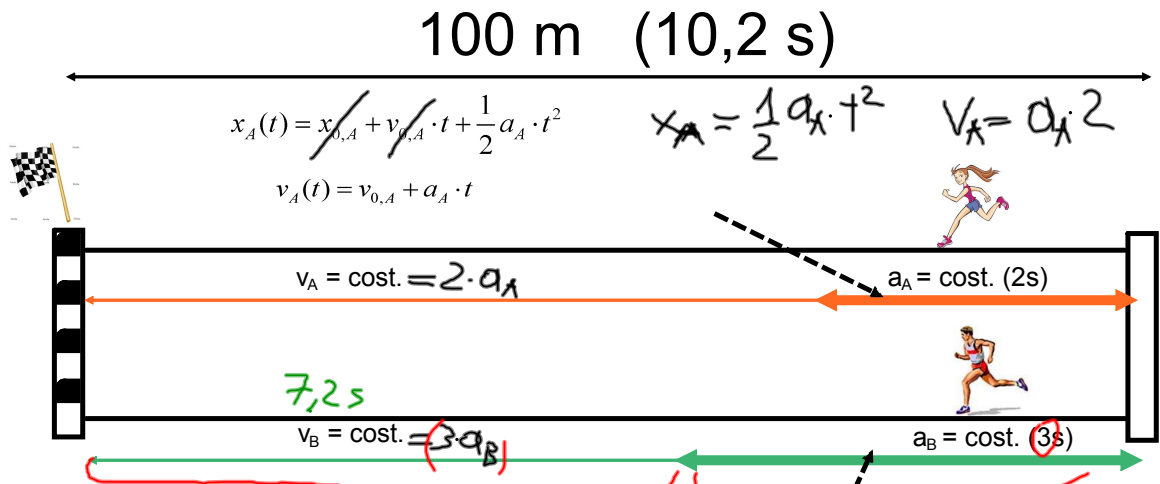
$$x_A = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_A = a \cdot t$$

② → 8,2

$$x = v \cdot t \quad 8,2$$

$$v = \text{cost} = v_A$$

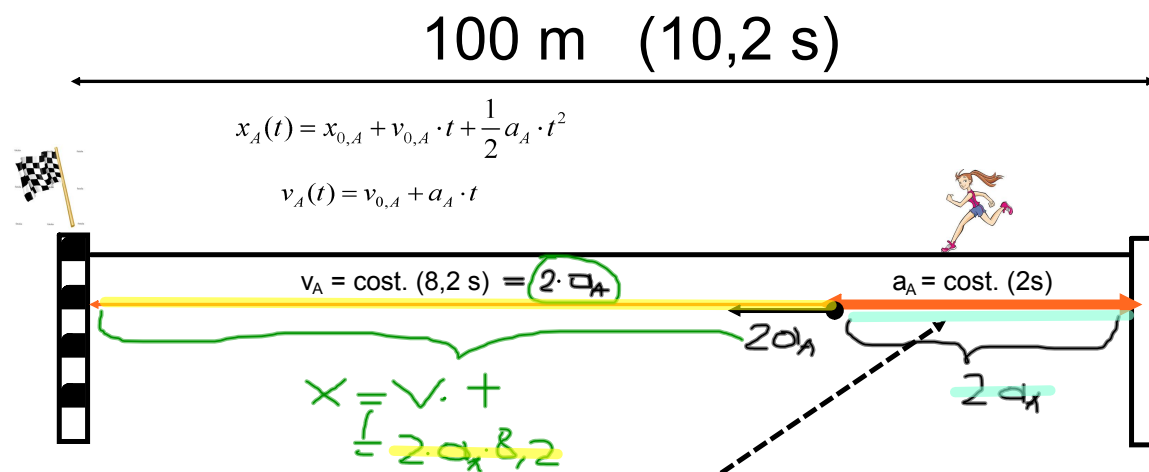


$x_B = v_B \cdot t$
 $x_B(t) = x_{0,B} + v_{0,B} \cdot t + \frac{1}{2} a_B \cdot t^2$
 $v_B(t) = v_{0,B} + a_B \cdot t$

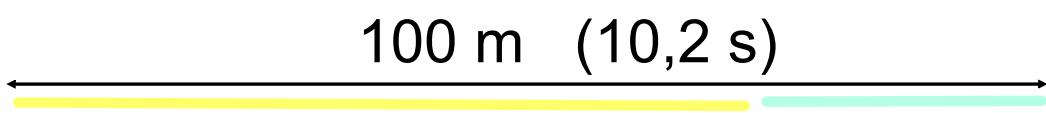
$x_B = \frac{1}{2} a_B \cdot t^2$
 $v_B = a_B \cdot 3$

$100 = 3 a_B \cdot 7,2 + \frac{1}{2} a_B \cdot 3^2 \Rightarrow \frac{9}{2} a_B + 21,6 a_B = 100$
 $26,1 a_B = 100$
 $a_B = \frac{100}{26,1} \approx 3,8 \frac{m}{s^2}$

$v_B = 3 \cdot a_B = 3 \cdot 3,8 = 11,4 \frac{m}{s}$



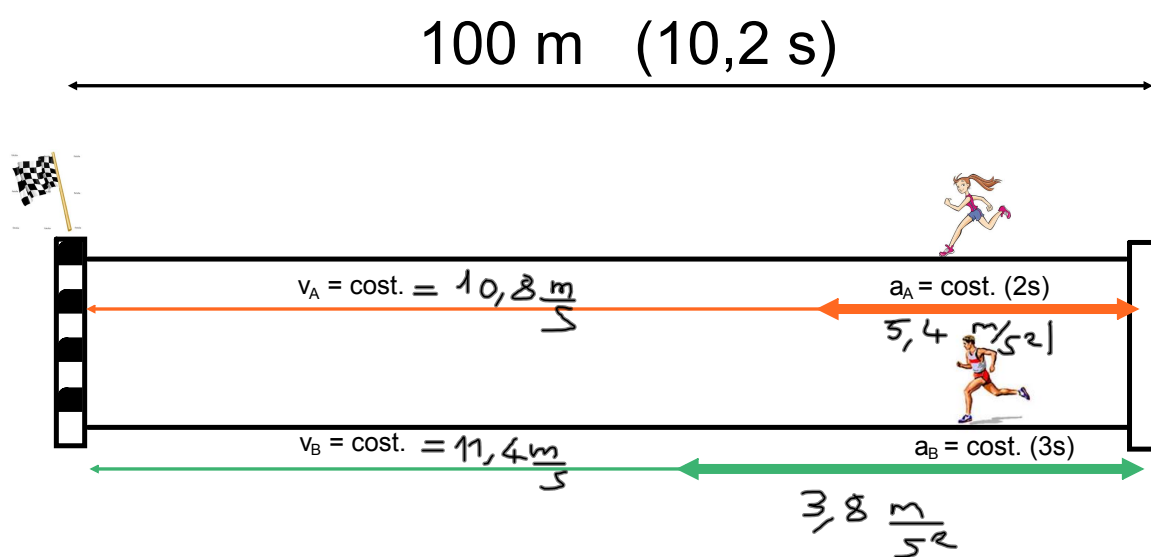
$$\begin{cases} x_A(t) = x_{0,A} + v_{0,A} \cdot t + \frac{1}{2} a_A \cdot t^2 \\ v_A(t) = v_{0,A} + a_A \cdot t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A(2\text{s}) = \frac{1}{2} a_A \cdot 2^2 \\ v_A(2\text{s}) = a_A \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A(2\text{s}) = 2a_A \\ v_A(2\text{s}) = 2a_A \end{cases}$$



$$100 = 2 \cdot a_A \cdot 8,2 + 2 \cdot a_A$$

$$100 = 18,4 \cdot a_A \quad \rightarrow \quad a_A = \frac{100}{18,4} \cong 5,4 \frac{m}{s^2}$$

$$v_A = 2 a_A = 2 \cdot 5,4 = 10,8 \frac{m}{s}$$



alcune varianti del moto rettilineo uniformemente accelerato sono ...

1) LA CADUTA DEI GRAVI

2) moto rettilineo uniformemente DECELERATO

moto rettilineo uniformemente accelerato

2

1) LA CADUTA DEI GRAVI

2 moto rettilineo uniformemente accelerato

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

$$g = \cos \tan te = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

2) moto rettilineo uniformemente DECELERATO

2 moto rettilineo uniformemente accelerato

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v(t) = v_0 - a \cdot t$$

$$a = \cos \tan te$$

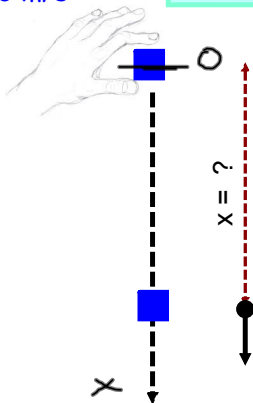
segno - invece che +

t = 0 s
x₀ = 0 m
v₀ = 0 m/s

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v(t) = g \cdot t$$

g = 9,81 m/s²



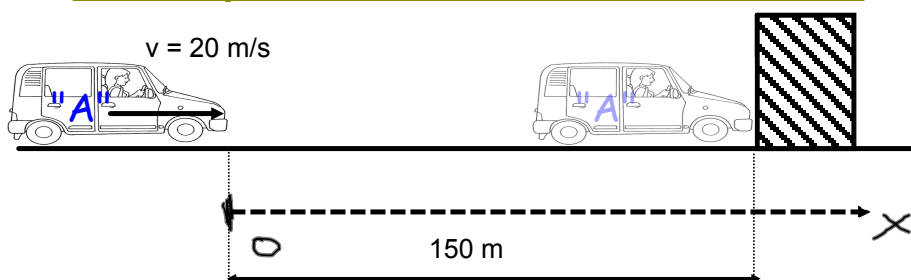
esempio: un corpo viene lasciato cadere verticalmente. Calcolare lo spazio percorso dopo 5 secondi e la velocità raggiunta sempre dopo 5 secondi.

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$x(5) = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 5^2 = 122,65 \text{ m}$$

$$v(5) = 9,81 \cdot 5 = 49,05 \text{ m/s}$$

esempio di moto decelerato



DOMANDA: quanto deve decelerare il veicolo "A" in modo costante per fermarsi in 8 secondi prima di sbattere sul muro?

formula del moto rettilineo
uniformemente decelerato

$$\text{-----} \rightarrow x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$150(8\text{s}) = 0 + 20 \cdot 8 - \frac{1}{2} a \cdot 8^2$$

$$150 = 160 - 32a$$

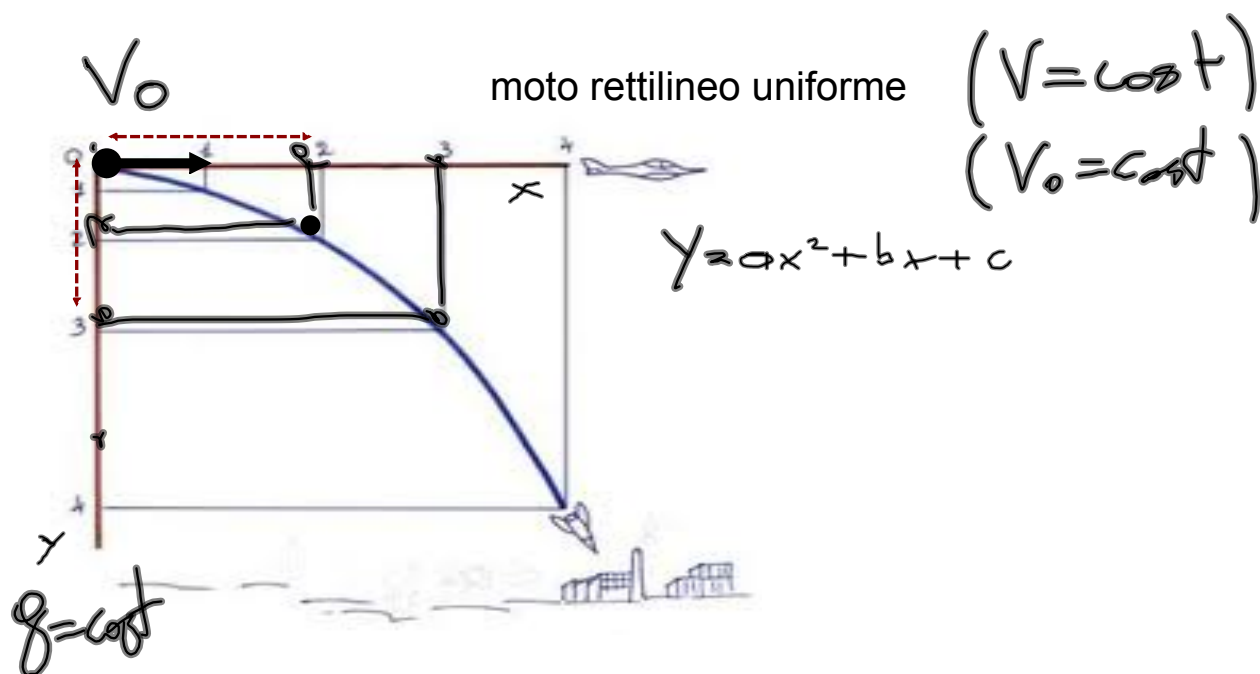
$$+32a = 10$$

$$a = \frac{10}{32} = 0,3125 \text{ m/s}^2$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\begin{aligned} x &= 0 + 20 \cdot 4 - \frac{1}{2} 0,3125 \cdot 4^2 \\ &= 80 - 8 \cdot 0,3125 \\ &= 77,5 \text{ m} \end{aligned}$$

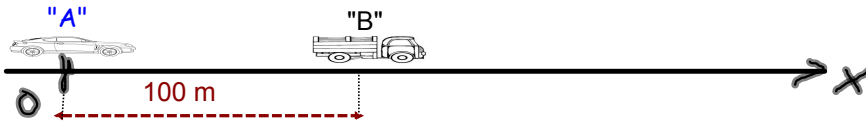
MOTO PARABOLICO



ESERCIZIO:

$v_B = \text{cost} = 60 \text{ km/h}$

$t = 0$



$v_A = 70 \text{ km/h}$

$a = \text{cost.} = 2 \text{ m/s}^2$

- 1) Calcolare a che distanza avviene il sorpasso ?
- 2) Calcolare la velocità di "A" nel momento del sorpasso ?

A horizontal x-axis with an origin '0'. A dashed red line indicates a distance $x = ? \text{ m}$ from the origin to the overtaking point. At this point, the car 'A' and truck 'B' are at the same position, labeled $x_A = x_B$.

"A"
moto rettilineo uniformemente accelerato
 $x_{0,A} = 0$

"B"
moto rettilineo uniforme
 $x_{0,B} = 100 \text{ m}$

2 moto rettilineo uniformemente accelerato
 $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$
 $x = 0 + 19,44 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2$

1 moto rettilineo uniforme
 $x(t) = x_0 + v \cdot t$
 $x_B = 100 + 16,67 \cdot t$

$v_A = 70 \text{ km/h} = 70/3.6 = 19,44 \text{ m/s}$

$v_B = 60 \text{ km/h} = 60 \cdot 1000\text{m}/3600\text{s} = 60/3.6 = 16.67 \text{ m/s}$

nel sorpasso $x_A = x_B$

$$\begin{cases} x_A = 19,44 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \\ x_B = 100 + 16,67 \cdot t \end{cases} \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow 19,44 \cdot t + t^2 = 100 + 16,67 \cdot t$$

$$19,44 \cdot t + t^2 - 100 - 16,67 \cdot t = 0$$

$$t^2 + 2,77 \cdot t - 100 = 0$$

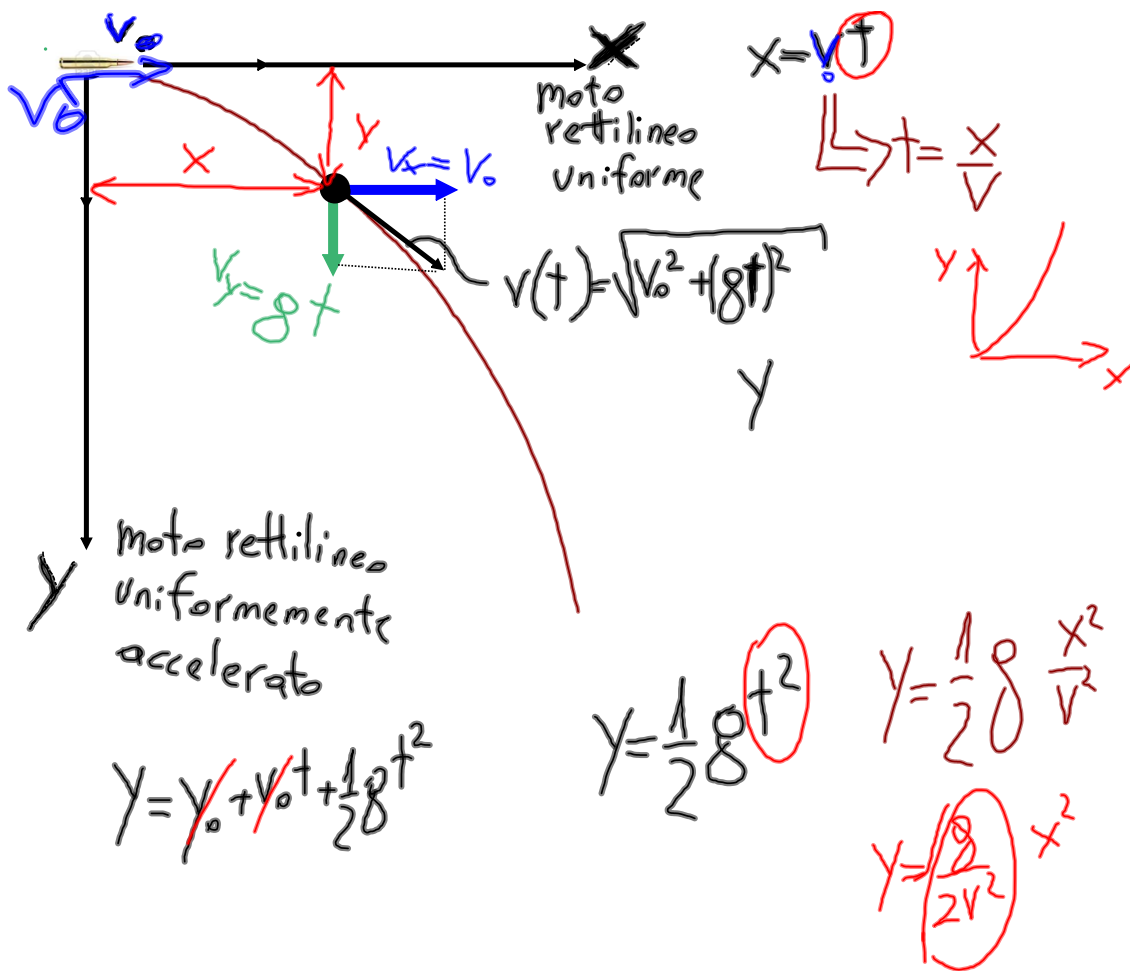
$$t_{1,2} = \frac{-2,77 \pm \sqrt{2,77^2 + 4 \cdot 1 \cdot 100}}{2} = \frac{-2,77 \pm \sqrt{407,68}}{2} = \begin{cases} t_1 = +8,7 \text{ s} \\ t_2 = -11,48 \text{ s} \end{cases}$$

2) $v(t) = v_0 + at \Rightarrow v_A(t=8,7\text{s}) = 19,44 + 2 \cdot 8,7 = 36,84 \text{ m/s}$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

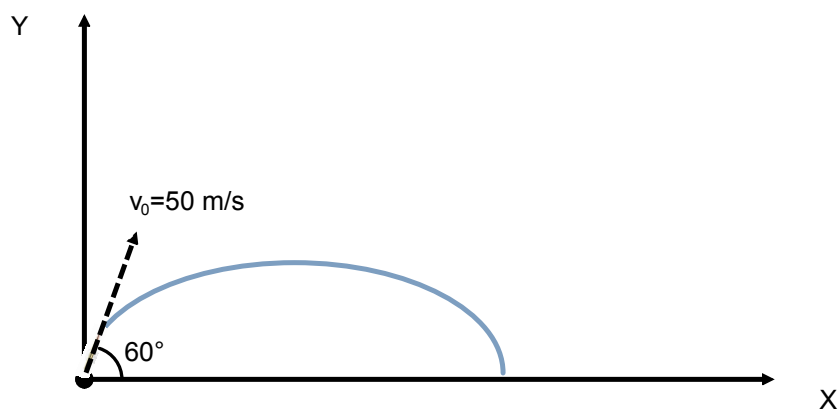
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



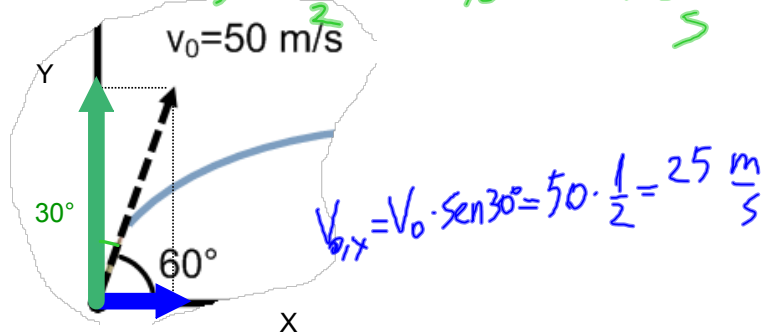
ESERCIZIO MOTO PARABOLICO

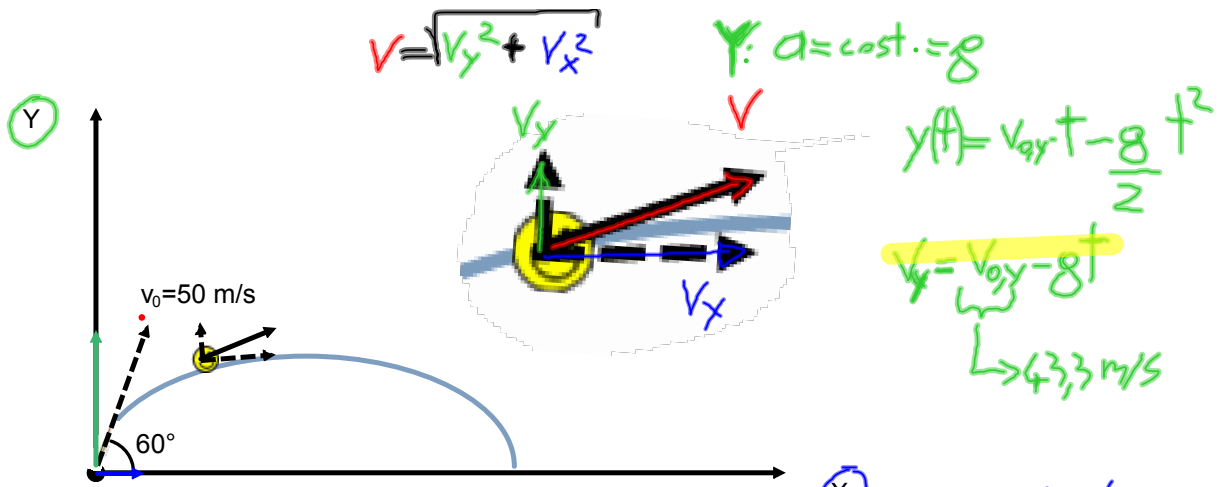
Un proiettile è sparato con una velocità iniziale di 50 m/s con un'angolo di inclinazione rispetto all'orizzontale di 60° . Calcolare:

- il punto più alto raggiunto dal proiettile
- la velocità nel punto più alto raggiunto
- la sua posizione dopo 10 s
- la sua velocità dopo 10 s



$$v_{0,y} = v_0 \cos 30^\circ = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50 \cdot 0,866 \approx 43,3 \frac{m}{s}$$

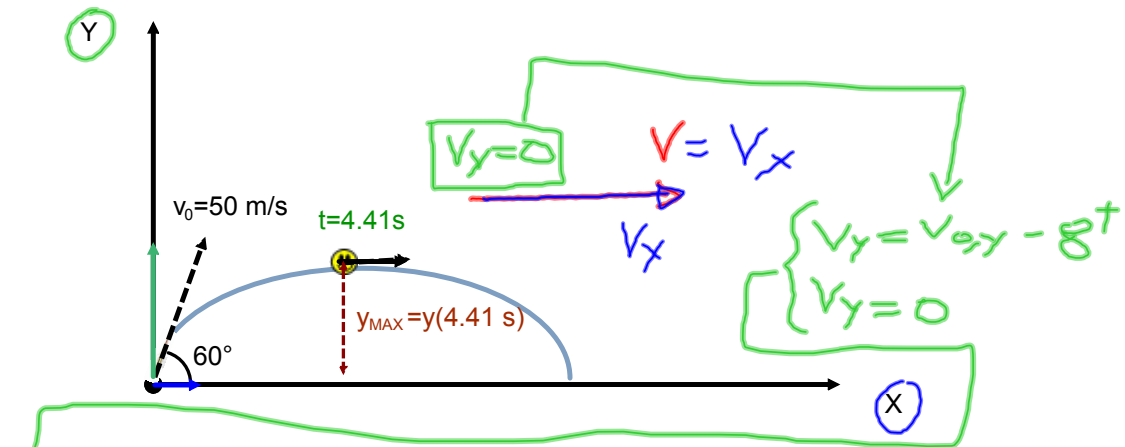




$X: v = \text{cost} = v_{0,x}$
 $= 25 \text{ m/s}$

$x(t) = v_{0,x} \cdot t$
 $v_x(t) = v_{0,x} = 25 \text{ m/s}$

- il punto più alto raggiunto dal proiettile



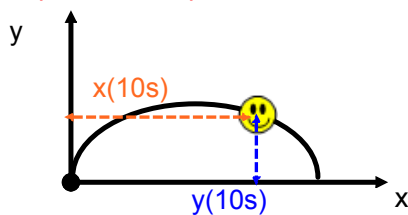
$v_{0y} - gt = 0 \quad 43,3 - 9,81 \cdot t = 0 \quad t = \frac{43,3}{9,81} = 4,41 \text{ s}$

$y(t) = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow y(4,41) = 43,3 \cdot 4,41 - \frac{9,81}{2} \cdot (4,41)^2 = 95,56 \text{ m}$

- la **velocità** nel punto più alto raggiunto

$$v = v_{0,x} = 25 \text{ m/s}$$

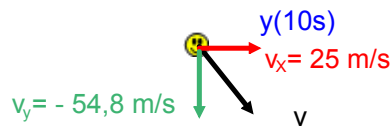
- la sua **posizione** dopo 10 s



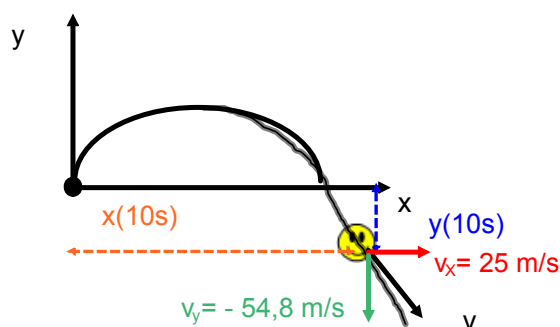
$$\begin{cases} x: & x(t) = v_{0,x} \cdot t \\ y: & y(t) = v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x: & x(10s) = 25 \cdot 10 = \underline{250m} \\ y: & y(10s) = 43,3 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot 10^2 = \underline{\underline{-57,5m}} \end{cases}$$

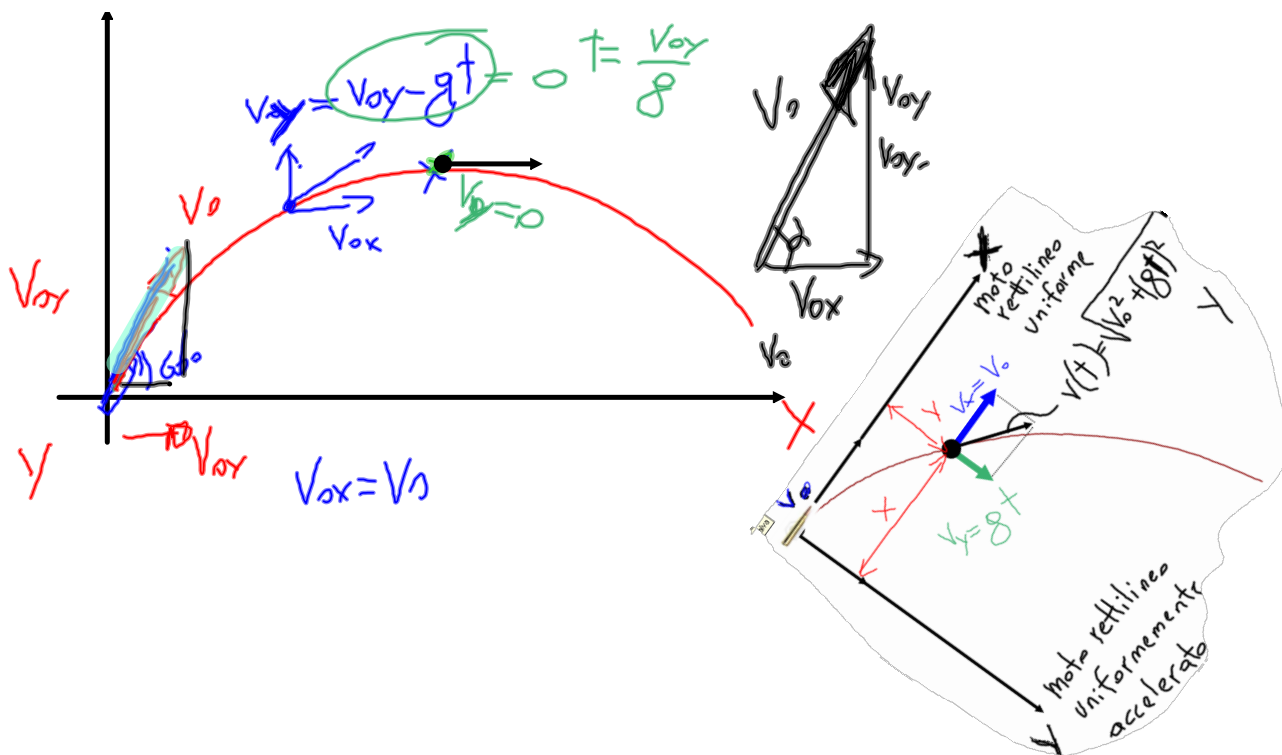
- la sua **velocità** dopo 10 s

$$\begin{cases} v_Y = v_{0,Y} - g \cdot t \\ v_X = v_{0,X} \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2}$$



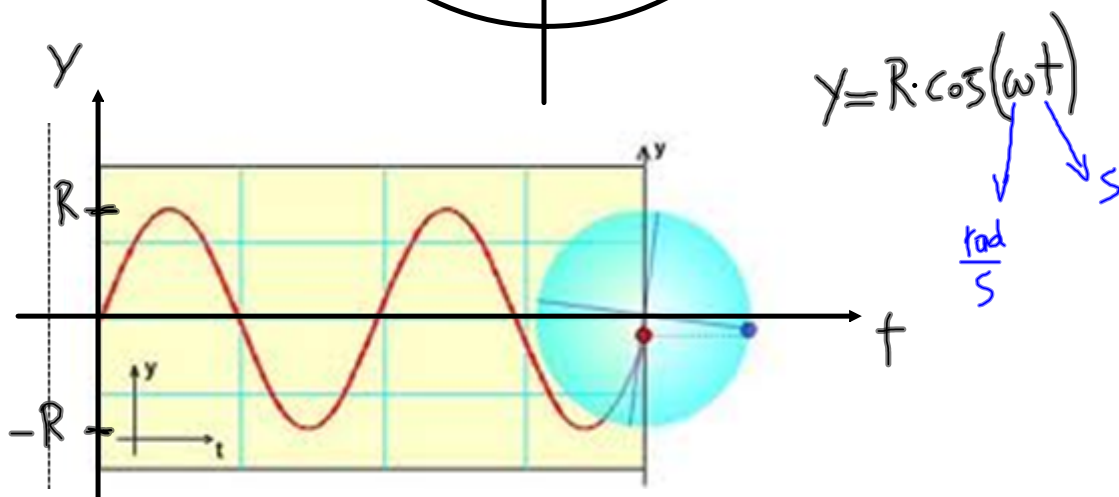
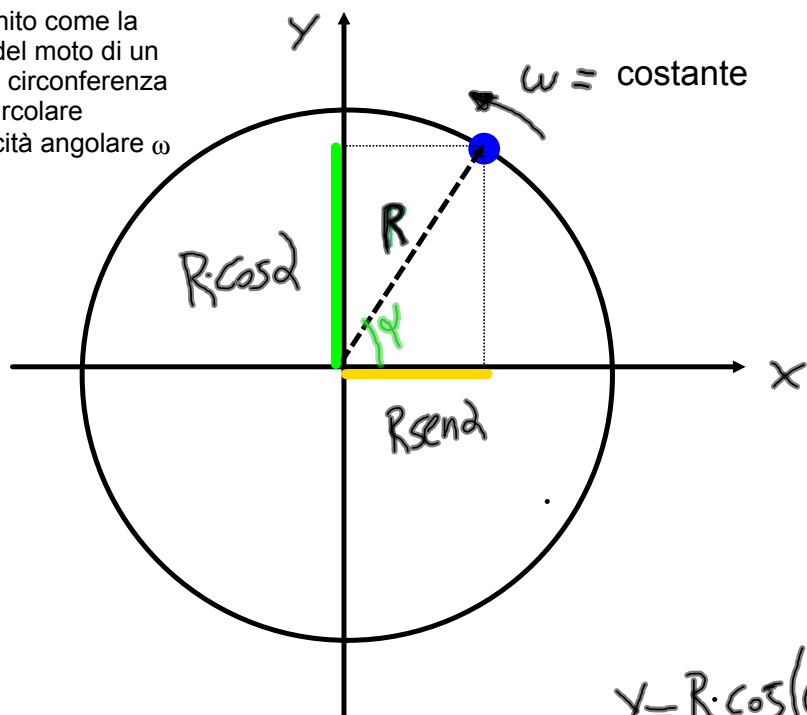
$$\begin{cases} v_Y = 43,3 - 9,81 \cdot 10 \rightarrow v_Y = -54,8 \\ v_X = 25 \rightarrow v_X = 25 \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{25^2 + (-54,8)^2} \cong 60,23 \frac{m}{s}$$





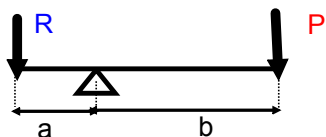
MOTO ARMONICO

Il moto armonico è definito come la proiezione su un asse del moto di un punto che percorre una circonferenza di raggio "R" in modo circolare uniforme cioè con velocità angolare ω costante.



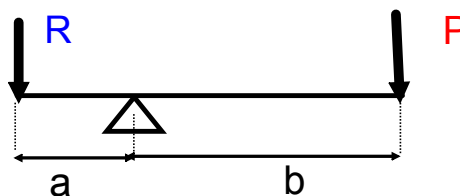
Le LEVE

Una MACCHINA è uno strumento, creato dall'uomo, al fine di trasformare forze o energia; essa è caratterizzata dal fatto che applicando una forza detta "POTENZA" sia possibile vincere un'altra forza detta "RESISTENZA".



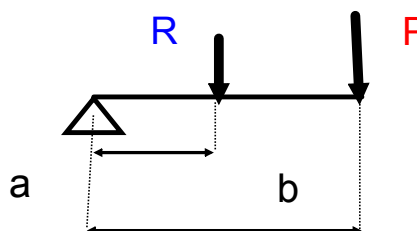
primo tipo

(vantaggiosa: $b > a$)



secondo tipo

(vantaggiosa: $b > a$)

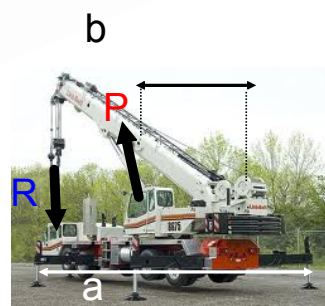
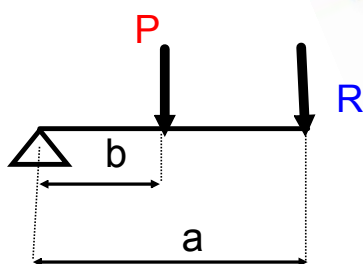


$$\text{vantaggio} = b/a$$



terzo tipo

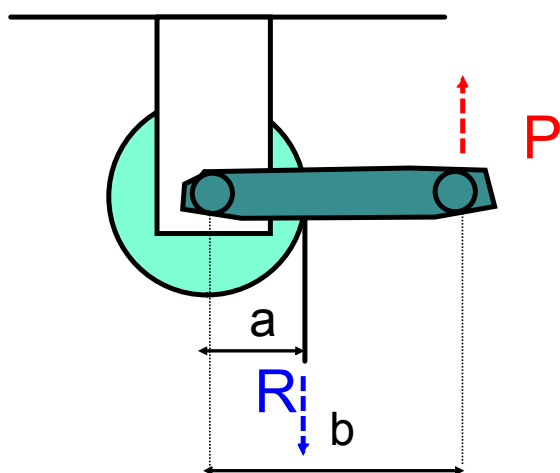
(svantaggiosa: $b < a$)



$b/a > 1$: leva vantaggiosa

$b/a < 1$: leva svantaggiosa

un esempio di leva del 2° tipo è il verricello ...



$$P \cdot b = R \cdot a$$

$$b = 3a$$

$$P \cdot 3a = R \cdot a$$

$$P = \frac{R}{3}$$