

019

Calcolare il momento d'inerzia di massa di un cilindro cavo di acciaio con massa volumica di 7850 kg/m^3 , di lunghezza $L = 200 \text{ mm}$ e con diametro esterno $D = 500 \text{ mm}$ e diametro interno $d = 300 \text{ mm}$.

Soluzione

Il momento d'inerzia si calcola con la relazione:

$$J = m \frac{(R^2 + r^2)}{2}$$

Essendo la massa data da:

$$m = \rho V = \rho \cdot \pi (R - r)^2 \cdot L$$

e inserendo i valori numerici della traccia, si ha:

$$m = 7850 \cdot \pi (0,25 - 0,15)^2 \cdot 0,2 = 49,3 \text{ kg}$$

e di conseguenza:

$$J = 49,3 \frac{0,25^2 + 0,15^2}{2} = 2,1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

18

Calcolare il momento d'inerzia di massa rispetto all'asse di rotazione di una puleggia in ghisa con massa volumica $\rho = 7250 \text{ kg/m}^3$, di diametro $d = 400 \text{ mm}$ e spessore $s = 80 \text{ mm}$.

Soluzione

Il momento d'inerzia si calcola con la relazione:

$$J = \frac{m d^2}{8}$$

La massa è data da:

$$m = \rho V = \rho \frac{\pi d^2}{4} s$$

e sostituendo si ha:

$$J = \frac{\rho \pi d^2}{4} \cdot \frac{s d^2}{8} = \frac{\rho \pi d^4 s}{32}$$

Inserendo i valori numerici della traccia si ha:

$$J = 7250 \cdot 3,14 \cdot \frac{0,4^4}{32} \cdot 0,08 = 46,65 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

020

Un cilindro di massa $m = 20$ kg e raggio $r = 20$ cm ruota intorno al proprio asse, partendo da fermo, sotto l'azione di una forza costante $F = 80$ N. Calcolare la velocità angolare ω e l'accelerazione angolare ε raggiunta dopo 10 secondi; trovare infine il valore dell'energia cinetica posseduta dal cilindro.

Soluzione

Il moto del cilindro è uniformemente accelerato e l'accelerazione angolare vale: $\varepsilon = \frac{M}{J}$ in cui J è il momento d'inerzia di massa che per un cilindro pieno vale $J = \frac{m \cdot r^2}{2}$.
Nel nostro caso si ha:

$$J = \frac{20 \cdot 0,2^2}{2} = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Quindi l'accelerazione angolare vale:

$$\varepsilon = \frac{M}{J} = \frac{F \cdot r}{J} = \frac{80 \cdot 0,2}{0,4} = 40 \text{ rad/s}^2$$

La velocità angolare è data da:

$$\omega = \varepsilon \cdot t = 40 \cdot 10 = 400 \text{ rad/s}$$

Il valore dell'energia cinetica posseduta dal cilindro è:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 400^2 = 32000 \text{ J} = 32 \text{ kJ}$$

021

Un motore ruota al regime di 1600 giri al minuto fornendo una coppia motrice di 20 N · m. Calcolare la potenza fornita e la velocità angolare.

Soluzione

La potenza in funzione del numero di giri è data dalla relazione: $P_{kW} = \frac{M \cdot n}{9549}$
Con i dati del problema si ottiene:

$$P = \frac{20 \cdot 1600}{9549} = 3,35 \text{ kW}$$

La velocità angolare è data da: $\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$ e passando ai valori numerici dati si ottiene:

$$\omega = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1600}{60} = 167,47 \text{ rad/s}$$

4 Un cilindro girevole intorno al proprio asse ha diametro di 20 cm e momento d'inerzia di massa $J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; il numero di giri aumenta da 150 giri/min a 300 giri/min in 8 secondi. Calcolare il momento motore, il lavoro e la potenza.

Soluzione

Ricordando il principio di d'Alembert per il moto rotatorio, si scrive:

$$\bar{M} = J \cdot \varepsilon$$

Essendo l'accelerazione angolare $\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$

si ricava la velocità angolare:

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{3,14 \cdot 300}{30} = 31,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 150}{30} = 15,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

per cui: $\varepsilon = \frac{31,4 - 15,7}{8} = 1,96 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$

Il momento vale:

$$\bar{M} = J \cdot \varepsilon = 0,06 \cdot 1,96 = 0,12 \text{ Nm}$$

Il momento vale:

$$\bar{M} = J \cdot \varepsilon = 0,06 \cdot 1,96 = 0,12 \text{ Nm}$$

Il lavoro si può calcolare con la relazione:

$$L = \frac{1}{2} J (\omega_2^2 - \omega_1^2)$$

Sostituendo con i valori numerici si ha:

$$L = \frac{1}{2} 0,06 (31,4^2 - 15,7^2) = 22,2 \text{ J}$$

La potenza necessaria è data da:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{22,2}{8} = 2,77 \text{ w}$$

3 Un cilindro pieno di diametro 200 mm ruota intorno al proprio asse; esso ha massa di 60 kg e in 20 secondi passa da 200 a 300 giri/min. Calcolare la potenza necessaria.

R. | $P = 3,14 \text{ W}$

4 Un'automobile di massa pari a 700 kg passa in 6 secondi da 80 a 120 km/h. Determinare la potenza necessaria.

R. | $P = 36 \text{ kW}$

5 Un corpo pesante 500 N si muove di moto uniforme con velocità pari a 12 m/s; successivamente si ferma percorrendo 90 m. Calcolare la forza frenante.

R. | $F = 40,78 \text{ N}$

6 Un motore elettrico ruota a velocità di regime di 1000 giri/min; calcolare il momento motore sapendo che possiede una potenza di 3 kW.

R. | $M = 28,65 \text{ N} \cdot \text{m}$

9 Determinare il momento d'inerzia di massa rispetto all'asse di simmetria longitudinale di un cilindro pieno di acciaio che ha il diametro di 30 cm e l'altezza di 70 cm. **R** | $J = 4,3 \text{ kg m}^2$

10 Calcolare il carico che può sollevare un verricello il cui motore ha la potenza di 15 kw e gira a 750 giri/min. Il diametro della puleggia del verricello misura 40 cm. **R** | $Q = 1910 \text{ N}$