URTI

12.3. URTO DEI CORPI

Consideriamo due corpi in moto, secondo traiettorie generiche che si intersecano in uno o più punti (fig. 12.8.); il più delle volte, i due mobili giungeranno nei punti d'incontro delle traiettorie in tempi diversi, ma non si può escludere l'eventualità che essi vi pervengano nel medesimo istante, entrando in collisione fra loro.

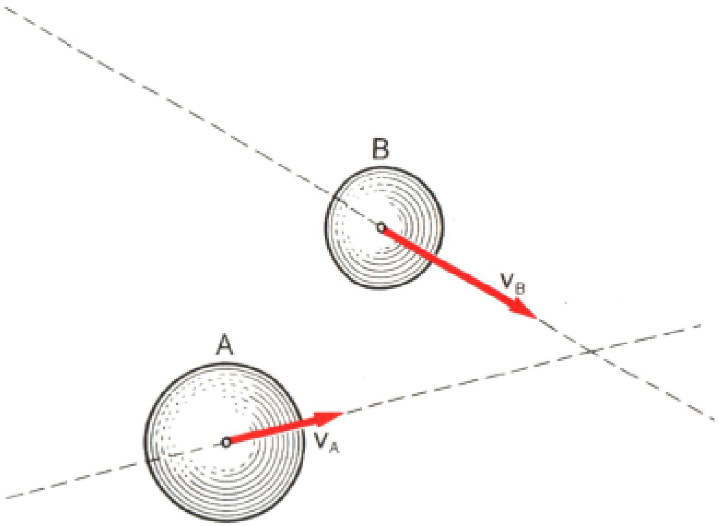

Fig. 12.8. Urto di due corpi in moto

Il fenomeno dell'urto e soprattutto le conseguenze che ne derivano per i due corpi dipendono da molti fattori: la velocità dei due solidi, la loro mole, la direzione dei moti ed infine la natura del materiale di cui sono costituiti i corpi; ognuno di essi infatti, in seguito all'urto, subisce deformazioni più o meno sensibili, deformazioni che possono permanere anche dopo l'urto, oppure che possono scomparire totalmente, riportando il corpo alla sua conformazione primitiva. **Le prime vengono definite «deformazioni perfettamente anelastiche» e le seconde «perfettamente elastiche».**

Tale differenziazione è valida solo sul piano teorico, in quanto non esistono in natura materiali perfettamente elastici o perfettamente anelastici; un materiale reale può essere più o meno elastico, oppure più o meno anelastico, ma, in ogni caso, il suo comportamento non coincide mai rigorosamente con le ipotesi di elasticità (o di anelasticità) perfetta, sulle quali è basato lo studio del fenomeno dell'urto.

Per quanto concerne la trattazione teorica, ci riferiamo dapprima all'urto frontale, suddividendolo nei due casi relativi ai corpi perfettamente elastici e perfettamente anelastici; successivamente esamineremo l'urto obliquo, sempre in relazione alle due ipotesi suddette.

a) **Urto anelastico**

Due corpi (A e B) si muovono lungo la stessa traiettoria (che, per semplicità, supporremo coincidente con la congiungente i due baricentri G_A e G_B), con velocità diverse « v_A » e « v_B » ($v_A > v_B$) e siano « m_A » ed « m_B » le loro masse (fig. 12.9.a); ciascuno di essi possiede una certa quantità di moto (prodotto dalla massa per la velocità) ed essendo, per ipotesi, perfettamente anelastici, dopo l'urto resteranno permanentemente deformati (fig. 12.9.b) e procederanno uniti con una certa velocità « v » (fig. 12.9.c).
Per il principio della conservazione delle quantità di moto, possiamo scrivere:

$$m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B) v$$

essendo $(m_A + m_B)$ la massa totale dei due corpi dopo l'urto.
Noti gli altri elementi, si può pertanto calcolare il valore della velocità (v) dopo l'urto:

$$v = \frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_A + m_B} \qquad (12.11.)$$

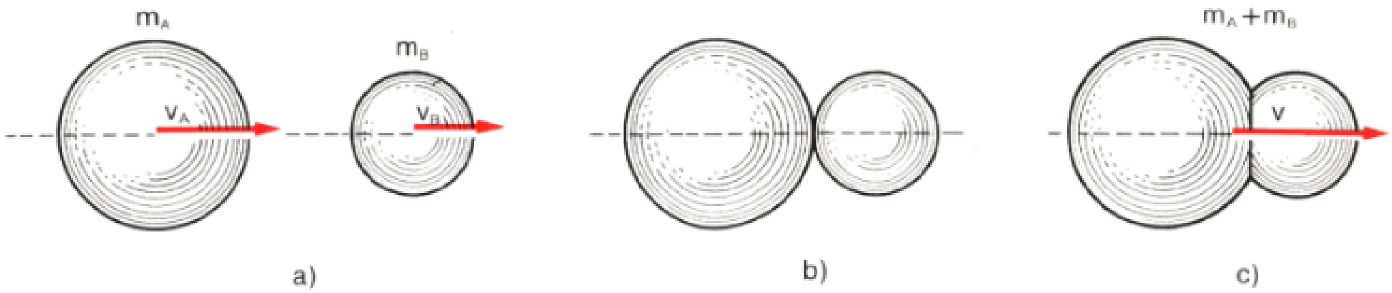

Fig. 12.9. Urto anelastico

Esaminiamo alcuni casi particolari:

1) i due corpi hanno massa eguale e velocità diverse; ponendo:

$$m_A = m_B$$

la (12.11.) diviene:

$$v = \frac{v_A + v_B}{2}$$

cioè la velocità assunta dai due corpi in seguito all'urto vale la media aritmetica delle velocità possedute dai due corpi prima dell'impatto.

2) i due corpi hanno velocità eguali ed opposte ($v_A = - v_B$) e masse diverse; la (12.11.) diviene:

$$v = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \qquad (12.12.)$$

e la velocità finale (v) dipende principalmente dall'entità delle rispettive masse. Se è:

$$m_A > m_B$$

i due corpi si muovono, con la velocità espressa dalla (12.12.), nella direzione del moto del corpo A; se viceversa è:

$$m_B > m_A$$

i due solidi accoppiati procedono nella direzione del moto del corpo B.

3) i due corpi hanno la stessa massa e velocità eguali ed opposte; risulta evidentemente:

$$v = 0$$

b) **Urto elastico**

Se i due corpi (fig. 12.10.a) sono perfettamente elastici, la deformazione provocata dall'urto ha durata brevissima (fig. 12.10.b); il materiale riprende immediatamente la primitiva configurazione, i due corpi non procedono uniti ma si staccano e le loro velocità sono generalmente diverse (fig. 12.10.c).

Mancando la deformazione permanente, oltre alla conservazione delle quantità di moto, si verifica anche la conservazione delle energie cinetiche.

Nell'istante dell'urto, i corpi si comportano come se fossero anelastici e quindi il corpo A perde una quantità di moto pari a:

$$Q = m_A (v_A - v)$$

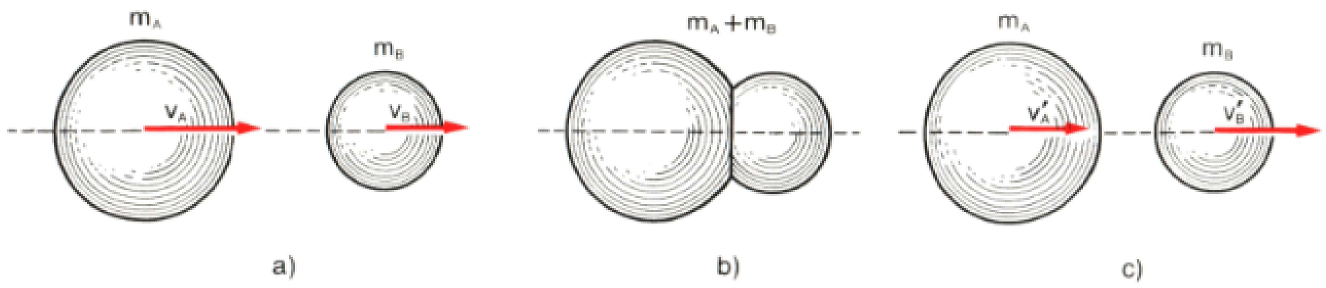

Fig. 12.10. Urto elastico

se con « v » indichiamo la velocità complessiva che si otterrebbe dalla (12.11.); il corpo B, invece, acquista una quantità di moto:

$$Q_B = m_B(v - v_B)$$

in cui il simbolo « v » ha lo stesso valore dell'espressione precedente.
Immediatamente dopo l'urto, per la reazione elastica del materiale, il corpo A viene respinto indietro e subisce una nuova perdita di quantità di moto, pari a quella già perduta in precedenza; la sua velocità (v'_A) sarà quindi:

$$v'_A = v_A - 2(v_A - v)$$

ovverossia:

$$v'_A = -v_A + 2v \qquad (12.13.)$$

mentre il corpo B, spinto ulteriormente in avanti, acquista altra quantità di moto, pari a quella acquisita in precedenza; la sua velocità (v'_B) diviene pertanto:

$$v'_B = v_B + 2(v - v_B)$$

ovverossia:

$$v'_B = -v_B + 2v \qquad (12.14.)$$

Sostituendo infine nelle (12.13.) e (12.14.) il valore di « v », ricavato dalla (12.11.), si ottiene rispettivamente:

$$v'_A = 2\,\frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_A + m_B} - v_A \qquad (12.15.)'$$

$$v'_B = 2\,\frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_A + m_B} - v_B \qquad (12.15.)''$$

Esaminiamo alcuni casi particolari:

1) i due corpi elastici hanno la stessa massa (m); le loro velocità risultano:

$$v'_A = 2\,\frac{m(v_A + v_B)}{2m} - v_A = v_A + v_B - v_A = v_B$$

$$v'_B = 2\,\frac{m(v_A + v_B)}{2m} - v_B = v_A + v_B - v_B = v_A$$

cioè i due corpi si scambiano le velocità in seguito all'urto.

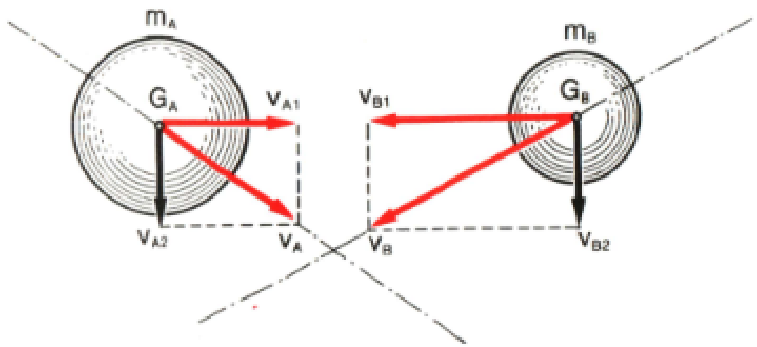

Fig. 12.11. Urto obliquo

2) il corpo B è fermo ($v_B = 0$) ed ha la stessa massa di A; si ottiene:

$$v'_A = \frac{2mv_A}{2m} - v_A = v_A - v_A = 0$$

$$v'_B = \frac{2mv_A}{2m} = v_A$$

cioè il corpo urtante si ferma e trasmette integralmente la propria velocità al corpo urtato.

3) il corpo A urta contro un ostacolo inamovibile; in questa ipotesi, possiamo ritenere che sia $m_B = \infty$ e $v_B = 0$.

La (12.15.)′ diviene:

$$v'_A = -v_A$$

cioè il corpo rimbalza, invertendo il moto e mantenendo inalterata la propria velocità.

* * *

Se i due mobili percorrono traiettorie diverse, l'urto non avviene più secondo la linea congiungente i due baricentri, ma secondo una direzione più o meno obliqua: uno schema sufficientemente indicativo di tale ipotesi è illustrato in fig. 12.11. In questi casi è possibile utilizzare i procedimenti già discussi per l'urto centrale, operando sulle componenti delle velocità, anziché sulle velocità stesse dei due corpi; a tale scopo, tracciata la retta che unisce i due baricentri G_A e G_B, si scompongono le velocità « v_A » e « v_B » nelle loro componenti, dirette rispettivamente:

— nella direzione individuata dalla congiungente i due baricentri, ottenendo le velocità v_{A1} e v_{B1};

— nella direzione normale a quella della congiungente suddetta, ottenendo le velocità v_{A2} e v_{B2}.

Le componenti v_{A2} e v_{B2} non subiscono alcuna alterazione in seguito al fenomeno dell'urto, essendo normali alla direzione dell'urto stesso; per le altre componenti (v_{A1} e v_{B1}) sono applicabili i ragionamenti e le formule relative all'urto centrale, sia esso perfettamente elastico o perfettamente anelastico.

Calcolati pertanto i valori delle velocità conseguenti al fenomeno dell'urto con le formule (12.11.) o (12.15.), si compongono i vettori così ottenuti con le altre due componenti (v_{A2} e v_{B2}), ottenendo le nuove velocità (in genere diversamente orientate) assunte dai due corpi in seguito all'urto.