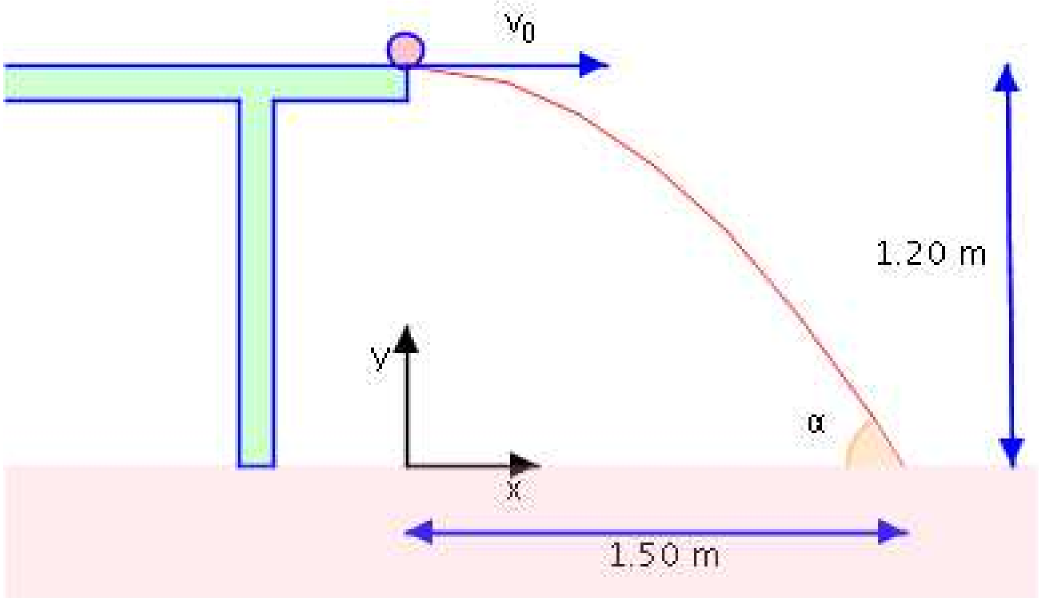
1) Una palla rotola orizzontalmente fuori dal bordo di un tavolo alto 1.20 m e cade sul pavimento alla distanza orizzontale di 1.50 m dal bordo del tavolo.

(a) Fai uno schema della situazione in cui figurino i dati del problema



(b) Per quanto tempo è rimasta in aria la palla?

Scriviamo dapprima le leggi orarie orizzontale e verticale: $x(t) = v_0 \cdot t$

$y(t) = 1.2 - 4.905 \cdot t^2$

Se chiamiamo t_v il tempo cercato (tempo di volo) potremo scrivere:

$y(t_v) = 0 = 1.2 - 4.905 \cdot t_v^2 \quad \Rightarrow \quad t_v = \sqrt{\frac{1.2}{4.905}} \cong 0.495$ s

(c) Qual'era la sua velocità all'istante in cui ha lasciato il tavolo?

$x(t_v) = v_0 \cdot t_v = 1.5$ m $\quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{1.5}{t_v} \cong 3.03$ m/s

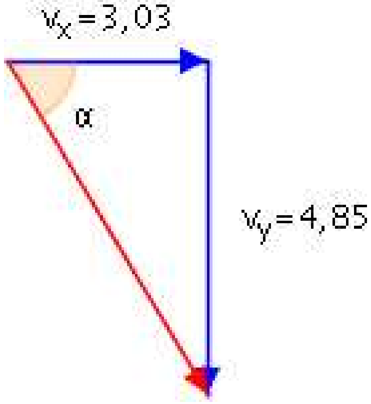
(d) Qual'è la sua velocità all'istante in cui tocca il pavimento?

$v_x(t_v) = v_0 \cong 3.03$ m/s

$v_y(t_v) = 9.81 \cdot t_v \cong 4.85$ m/s

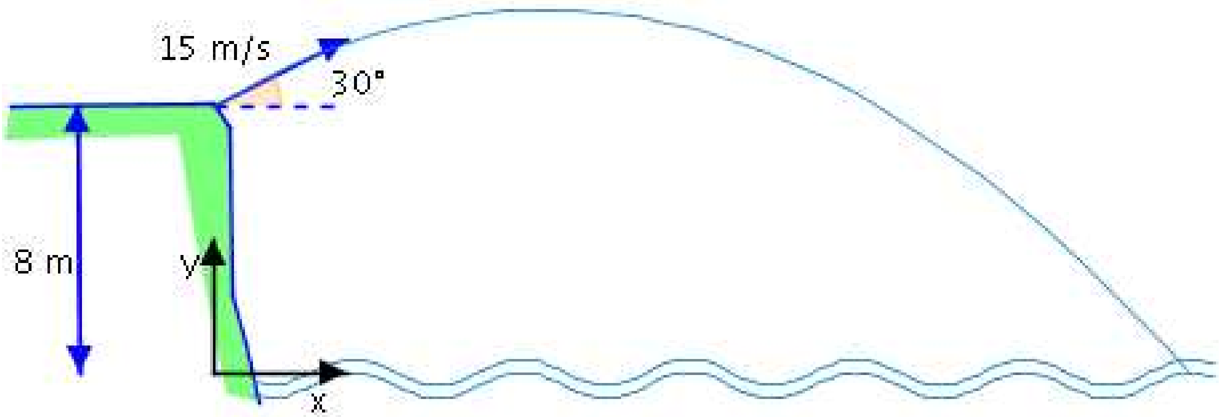
$v(t_v) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \cong 5.72$ m/s

(e) qual'è il valore in gradi dell'angolo di impatto con il pavimento? (indica sullo schema della situazione l'angolo d'impatto cercato)



$\alpha = tan^{-1}(\frac{4.85}{3.03}) \cong 58°$

2) Da una rupe a 8 metri sul livello del mare lanci un sasso con velocità iniziale $v = 15\ \frac{m}{s}$ e con un angolo verso l'alto di 30° rispetto all'orizzontale. Calcola, dopo aver disegnato la situazione, definito il sistema di riferimento e aver elencato i dati:



(a) dopo quanto tempo il sasso tocca l'acqua;
Scrivo dapprima le leggi orarie:
$x(t) = 15 \cdot cos(30°) \cdot t$
$y(t) = 8 + 15 \cdot sin(30°) \cdot t - 4.905 \cdot t^2$
Chiamo t_v il tempo di volo. Per conoscerne il valore risolvo la seguente equazione:
$y(t_v) = 0 = 8 + 15 \cdot sin(30°) \cdot t_v - 4.905 \cdot t_v^2 \quad \Rightarrow \quad t_v \cong 2.25$ s

(b) a che distanza orizzontale dalla base della rupe tocca l'acqua;
$x(t_v) = 15 \cdot cos(30°) \cdot t_v \cong 29.3$ m

(c) qual'è l'altezza massima raggiunta dal sasso;
Chiamo t_s il tempo di salita. Il suo valore sarà: $t_s = \frac{15 * sin(30°)}{9.81}$.
$y(t_s) = 8 + 15 \cdot sin(30°) \cdot t_s - 4.905 \cdot t_s^2 \cong 10.9$ m

(d) a quale distanza orizzontale si trova alla massima altezza;
$x(t_s) = 15 \cdot cos(30°) \cdot t_s \cong 9.93$ m

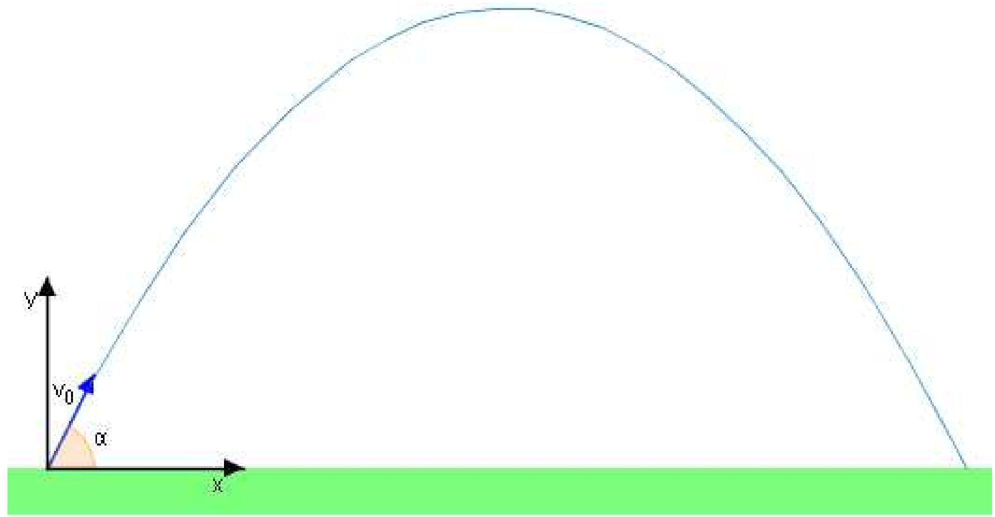
(e) qual'è il modulo della velocità nel punto di massima altezza;
$v_x(t_s) = v_{0x} = 15 \cdot cos(30°) \cong 13.0$ m/s

(f) qual'è la velocità di impatto con l'acqua;
$v_x(t_v) = v_{0x} = 15 \cdot cos(30°) \cong 13.0$ m/s
$v_y(t_s) = v_{0y} - 9.81 \cdot t_v = 15 \cdot sin(30°) - 9.81 \cdot t_v \cong -14.6$ m/s
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \cong 19.5$ m/s

(g) qual'è l'angolo di impatto con l'acqua;
Chiamo α l'angolo che il vettore della velocità forma con l'orizzontale
$\alpha = tan^{-1}(\frac{v_y}{v_x}) \cong 48.3°$

3) Un proiettile è sparato da un terreno piano con una velocità iniziale v_0, ad un angolo α rispetto all'orizzontale. Si chiede:

(a) uno schema della situazione in cui figuri il sistema di riferimento spaziale scelto;



(b) l'equazione oraria del moto orizzontale

$x(t) = v_0 \cdot cos(\alpha) \cdot t$

(c) l'equazione oraria del moto verticale

$y(t) = v_0 \cdot sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

(d) di esprimere, in funzione di v_0 e di α, la distanza raggiunta dal proiettile;
Il tempo di volo t_v vale il doppio del tempo di salita t_s: $t_v = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot sin\alpha}{g}$

distanza raggiunta: $d = x(t_v) = v_0 \cdot cos\alpha \cdot 2 \cdot \frac{v_0 \cdot sin\alpha}{g} = 2 \cdot v_0^2 \cdot \frac{sin\alpha \cdot cos\alpha}{g}$

(e) di esprimere, in funzione di v_0 e di α, l'altezza massima raggiunta dal proiettile;

altezza raggiunta: $h = y(t_s) = v_0 \cdot sin\alpha \cdot \frac{v_0 \cdot sin\alpha}{g} - \frac{1}{2} g \cdot (\frac{v_0 \cdot sin\alpha}{g})^2 = \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \cdot \frac{sin^2\alpha}{g}$

(f) per quale angolo la distanza raggiunta vale tre volte l'altezza massima.

$d = 3 \cdot h \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot v_0^2 \cdot \frac{sin\alpha \cdot cos\alpha}{g} = \frac{3}{2} \cdot v_0^2 \cdot \frac{sin^2\alpha}{g} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot cos\alpha = \frac{3}{2} \cdot sin\alpha$

$\Rightarrow \quad \frac{sin\alpha}{cos\alpha} = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad tan(\alpha) = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = tan^{-1}(\frac{4}{3}) \cong 53.1°$