ESERCIZIO N. 5

Una sfera di massa « m » si muove su un piano orizzontale alla velocità costante $v_1 = 5$ m/s.
Alla base di una salita con pendenza del 10 %, urta contro una seconda sfera in quiete, avente la stessa massa « m ». Calcolare lo spazio percorso dalla seconda sfera (fig. 9), nell'ipotesi di urto perfettamente elastico.

Le equazioni del moto ritardato sono:

$$s_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 \qquad v_f = v_1 - at$$

ed essendo nello stato finale:

$$v_f = 0$$

si ottiene:

$$v_1 = at \qquad t = \frac{v_1}{a}$$

Sostituendo:

$$s_1 = v_1 \frac{v_1}{a} - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_1}{a}\right)^2 = \frac{v_1^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{a} = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{a}$$

con i dati numerici del testo:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{5^2}{0{,}98} = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{0{,}98} \simeq 12{,}75 \text{ m}$$

Per quanto concerne la prima sfera, essendo:

$$v_2 = 0$$

essa, in seguito all'urto, rimarrà ferma; infatti è:

$$v' = 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1 = \frac{2m(v_1 + v_2)}{2m} - v_1 = v_2 = 0$$

Se l'urto è perfettamente elastico, la velocità acquisita dalla seconda sfera è:

$$v_2' = 2\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_2$$

che, per l'eguaglianza delle masse, diviene:

$$v_2' = \frac{2m(v_1 + v_2)}{2m} - v_2 = v_1 + v_2 - v_2 = v_1$$

La seconda sfera perciò, in seguito all'urto, si muove di moto ritardato lungo la salita, con velocità iniziale $v_1 = 5$ m/s.
La componente del peso, parallela al piano:

$$F_1 = P \operatorname{sen}\alpha = mg \operatorname{sen}\alpha$$

si oppone al moto di salita e produce pertanto una decelerazione:

$$a = \frac{F_1}{m} = \frac{mg \operatorname{sen}\alpha}{m} = g \operatorname{sen}\alpha$$

che, data l'esiguità dell'angolo (α), può essere considerata:

$$a \simeq g \operatorname{tg}\alpha = 9{,}8 \cdot 0{,}1 = 0{,}98 \text{ m/s}^2$$