

Esercizio 1

Eeguire il dimensionamento geometrico di un ingranaggio normale a denti diritti di cui sono noti:

modulo $m = 5$ mm

diametro primitivo del pignone $d_1 = 100$ mm

diametro primitivo della ruota $d_2 = 250$ mm

velocità angolare albero motore $\omega_1 = 78,54$ rad/s

La dentatura è di qualità corrente.

Le grandezze per il calcolo geometrico dell'ingranaggio sono quelle della tab. 12-1.

Pignone

Numero di denti:

$$z_1 = \frac{d_1}{m} = \frac{100}{5} = 20$$

Passo:

$$\bar{p} = \hat{p} = \pi m = 15,708 \text{ mm}$$

Spessore del dente sul diametro primitivo:

$$\bar{s} = \hat{s} = \frac{p}{2} = 7,854 \text{ mm}$$

uguale alla larghezza del vano sul primitivo.

Interasse:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = 175 \text{ mm}$$

Addendum:

$$h_a = m = 5 \text{ mm}$$

Dedendum:

$$h_f = 1,25 m = 6,25 \text{ mm}$$

Altezza del dente:

$$h = 2,25 m = 11,25 \text{ mm}$$

Diametro di testa:

$$d_{a1} = d_1 + 2 h_a = 110 \text{ mm}$$

Diametro di piede:

$$d_{f1} = d_1 - 2 h_f = 87,5 \text{ mm}$$

Diametro di base:

$$d_{b1} = d_1 \cos 20^\circ = 93,969 \text{ mm}$$

essendo l'angolo di pressione $\alpha = 20^\circ$.

Rapporto d'ingranaggio:

$$u = \frac{d_2}{d_1} = 2,5$$

Ruota

Numero di denti:

$$z_2 = \frac{d_2}{m} = \frac{250}{5} = 50$$

Passo, spessore del dente e larghezza del vano sul primitivo, interasse, addendum, dedendum e altezza del dente sono uguali a quelli calcolati per il pignone.

Diametro di testa:

$$d_{a2} = d_2 + 2 h_a = 260 \text{ mm}$$

Diametro di piede:

$$d_{f2} = d_2 - 2 h_f = 237,5 \text{ mm}$$

Diametro di base:

$$d_{b2} = d_2 \cos 20^\circ = 234,923 \text{ mm}$$

Velocità angolare albero condotto:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u} = 31,42 \text{ rad/s}$$

Giuoco primitivo j'_t

La velocità periferica risulta:

$$v = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \omega_2 \frac{d_2}{2} = 3,927 \text{ m/s}$$

Poiché si prevedono errori di costruzione sul passo, data la qualità prevista della dentatura, conviene assumere:

$$j'_t = 0,05 \text{ m} = 0,25 \text{ mm}$$

Esercizio 2

Mediante l'ingranaggio riduttore dell'esercizio 1 si vuole ottenere sull'albero condotto un momento $M_2 = 340 \text{ Nm}$. Sapendo che il rendimento totale della trasmissione è $\eta_T = 0,9$, calcolare la potenza motrice necessaria e le forze agenti sui denti delle ruote.

La potenza resistente utile P_2 , per quanto visto al § 10.1.1, è data dalla relazione:

$$P_2 = \frac{M_2 n_2}{9549}$$

nella quale:

$$n_2 = \frac{30 \omega_2}{\pi} = 300 \text{ giri/min}$$

La potenza motrice necessaria è:

$$P_1 = \frac{M_2 n_2}{9549 \eta_T}$$

Con i valori noti:

$$P_1 = \frac{340 \times 300}{9549 \times 0,9} = 11,87 \text{ kW}$$

Il momento motore risulta allora:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega_1} 10^6 = \frac{11,87}{78,54} 10^6 = 151\,000 \text{ Nmm}$$

Con riferimento alla fig. 12.25, le forze agenti sui denti sono:

in corrispondenza del diametro primitivo:

$$F_t = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \times 151\,000}{100} = 3\,020 \text{ N}$$

nella direzione della retta d'azione:

$$F = \frac{F_t}{\cos \alpha} = \frac{3\,020}{\cos 20^\circ} = 3\,214 \text{ N}$$

nella direzione radiale:

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha = 3\,020 \times \operatorname{tg} 20^\circ = 1\,099 \text{ N}$$

Esercizio 3

Calcolare il valore del grado di ricoprimento, del passo d'azione, della linea di condotta e il rendimento della dentatura dell'ingranaggio di cui agli esercizi precedenti.

Per quanto visto al § 12.4.3 il grado di ricoprimento è dato dalla relazione:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_a \quad (12.15)$$

nella quale:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sqrt{(z_1 + 2)^2 - (z_1 \cos \alpha)^2}}{2 \pi \cos \alpha} = \frac{\sqrt{(20 + 2)^2 - (20 \cos 20^\circ)^2}}{2 \pi \cos 20^\circ} = 1,94$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sqrt{(z_2 + 2)^2 - (z_2 \cos \alpha)^2}}{2 \pi \cos \alpha} = \frac{\sqrt{(50 + 2)^2 - (50 \cos 20^\circ)^2}}{2 \pi \cos 20^\circ} = 3,77$$

$$\varepsilon_a = (z_1 + z_2) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2 \pi} = (20 + 50) \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{2 \pi} = 4,06$$

Risulta pertanto:

$$\varepsilon = 1,94 + 3,77 - 4,06 = 1,65 > 1,25$$

che è un buon valore per dentature correnti. Il passo d'azione vale:

$$p_a = m \pi \cos \alpha = 5 \pi \cos 20^\circ = 14,76 \text{ mm}$$

e la linea di condotta:

$$\overline{E_1 E_2} = \varepsilon p_a = 1,65 \times 14,76 = 24,35 \text{ mm}$$

Il rendimento della dentatura si ricava dalla formula:

$$\eta = 1 - \pi f \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \cdot K \quad (12.33)$$

Per il coefficiente d'attrito e per il coefficiente K si assumono i valori prudenziali:

$$f = 0,10; \quad K = 1$$

Il valore del rendimento risulta:

$$\eta = 1 - \pi \cdot 0,10 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{50} \right) \cdot 1 = 1 - 0,022 = 0,978$$

Esercizio 4

Eseguire il dimensionamento geometrico dell'ingranaggio a denti dritti con:

numero di denti del pignone $z_1 = 10$

numero di denti della ruota $z_2 = 20$

modulo $m = 8 \text{ mm}$

angolo di pressione $\alpha = 20^\circ$

Il numero di denti del pignone è inferiore al numero di denti minimo pratico $z_1' = 14$, per cui bisogna ricorrere ad una dentatura cometta. Poiché la somma dei numeri dei denti delle due ruote risulta:

$$z_1 + z_2 > 28$$

si può realizzare un ingranaggio con spostamento uguale e di segno opposto sulle due ruote, positivo

sul pignone ($z_1 < 14$) e negativo sulla ruota ($z_2 > 14$):

$$x_1 m = -x_2 m$$

In questo modo l'interasse resta invariato e pari a:

$$a = m \frac{z_1 + z_2}{2} = 8 \cdot \frac{30}{2} = 120 \text{ mm}$$

Dalla tab. 12-II, per $h_a = m$ e $\alpha = 20^\circ$, il coefficiente di spostamento minimo risulta dato da:

$$x_1 = |x_2| = \frac{14 - z_1}{17} = \frac{14 - 10}{17} = 0,2353$$

e lo spostamento vale:

$$x_1 m = |x_2 m| = 0,2353 \times 8 = 1,88 \text{ mm}$$

Abbiamo pertanto:

Pignone

diametro primitivo di funzionamento:

$$d'_1 = d_1 = m z_1 = 80 \text{ mm}$$

diametro primitivo di riferimento:

$$d_1 + 2 x_1 m = 80 + 3,76 = 83,76 \text{ mm}$$

diametro di testa:

$$d_{a1} = (d_1 + 2 x_1 m) + 2 h_a = 83,76 + 2 \times 8 = 99,76 \text{ mm}$$

diametro di piede:

$$d_{f1} = (d_1 + 2 x_1 m) - 2 h_f = 83,76 - 2 \times 1,25 \times 8 = 63,76 \text{ mm}$$

Ruota

diametro primitivo di funzionamento:

$$d'_2 = d_2 = m z_2 = 160 \text{ mm}$$

diametro primitivo di riferimento:

$$d_2 - 2 x_2 m = 160 - 3,76 = 156,24 \text{ mm}$$

diametro di testa:

$$d_{a2} = (d_2 - 2 x_2 m) + 2 h_a = 156,24 + 2 \times 8 = 172,24 \text{ mm}$$

diametro di piede:

$$d_{f2} = (d_2 - 2 x_2 m) - 2 h_f = 156,24 - 2 \times 1,25 \times 8 = 136,24 \text{ mm}$$

Esercizio 5

Eeguire il dimensionamento geometrico di una ruota dentata elicoidale con 60 denti, sapendo che deve essere costruita con una fresa a creatore di modulo 2 e che l'angolo d'elica è di 30° .

Il modulo dell'utensile è il modulo normale m_n . Dato pertanto:

$$m_n = 2 \text{ mm}$$

dalla tab. 12-IV si ricava:

modulo trasversale:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{2}{\cos 30^\circ} = 2,31 \text{ mm}$$

diametro primitivo:

$$d = m_t z = 2,31 \times 60 = 138,6 \text{ mm}$$

addendum:

$$h_a = m_n = 2 \text{ mm}$$

dedendum:

$$h_f = 1,25 m_n = 2,5 \text{ mm}$$

altezza del dente:

$$h = 2,25 m_n = 4,5 \text{ mm}$$

diametro di testa:

$$d_a = d + 2 h_a = 142,6 \text{ mm}$$

diametro di piede:

$$d_f = d - 2 h_f = 133,6 \text{ mm}$$

L'angolo di pressione dell'utensile, che si presume sia unificato, è:

$$\alpha_{0n} = \alpha_n = 20^\circ$$

Dal valore del raggio virtuale:

$$r_v = \frac{r}{\cos^2 \beta} = \frac{69,3}{0,75} = 92,40 \text{ mm}$$

si ricava in conseguenza:

diametro di base:

$$d_b = d_v \cos \alpha_n = 184,80 \cos 20^\circ = 173,65 \text{ mm}$$

Il calcolo del numero di denti virtuale in questo caso non interessa in quanto i denti vengono tagliati col creatore. Sarebbe invece stato necessario nel taglio col metodo diretto, perché ogni fresa a profilo costante è caratterizzata dal modulo e dal numero di denti che, per le ruote elicoidali, corri-

sponde al numero di denti virtuale z_v .

Stabilita la larghezza di dentatura:

$$b = \lambda m_n = 15 \times 2 = 30 \text{ mm}$$

la ruota ha un salto di dentatura:

$$S_d = b \operatorname{tg} \beta = 30 \operatorname{tg} 30^\circ = 17,32 \text{ mm}$$

che è la quantità di cui risulta virtualmente aumentato l'arco di condotta.

Esercizio 6

Calcolare le forze che sollecitano l'albero e i supporti del pignone di un ingranaggio riduttore elicoidale, essendo noti:

potenza sull'albero del pignone $P_1 = 25 \text{ kW}$

frequenza di rotazione $n_1 = 350 \text{ giri/min}$

angolo di pressione normale $\alpha_n = 20^\circ$

angolo d'elica $\beta = 10^\circ$

modulo normale $m_n = 4 \text{ mm}$

numero di denti del pignone $z_1 = 40$

Si calcola il modulo trasversale:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{4}{\cos 10^\circ} = 4,062 \text{ mm}$$

e il diametro primitivo del pignone:

$$d_1 = m_t z_1 = 4,062 \times 40 = 162,48 \text{ mm}$$

Poiché la sua velocità angolare è:

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{2\pi \cdot 350}{60} = 36,65 \text{ rad/s}$$

il momento agente sul suo albero vale:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{25}{36,65} = 682,128 \text{ Nmm}$$

La forza tangenziale:

$$F_t = \frac{2 M_1}{d_1} = \frac{2 \times 682,128}{162,48} = 8396 \text{ N}$$

la forza assiale:

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta = 8396 \operatorname{tg} 10^\circ = 1480 \text{ N}$$

la forza radiale:

$$F_r = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = 8396 \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 3103 \text{ N}$$

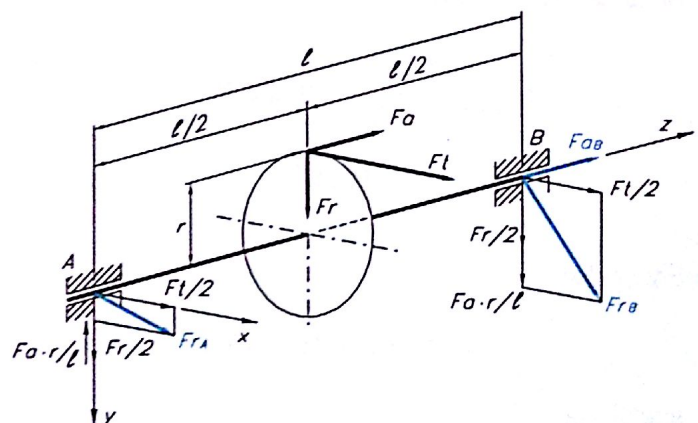
sono le forze agenti.

Per determinare le azioni che esse esercitano sull'albero e sui cuscinetti si suppone che il pignone sia supportato da ambedue i lati, assumendo per la distanza dei supporti il valore:

$$l = 0,5 d_1 = 80 \text{ mm}$$

1 - Forze agenti sui supporti

Con riferimento allo schema della figura, supposto reggispinta il cuscinetto B, le azioni esercitate dalle tre forze F_t , F_a , F_r sono:



Cuscinetto A

$$\frac{F_t}{2} = \frac{8\,396}{2} = 4\,198 \text{ N}$$

$$\frac{F_r}{2} - F_a \frac{r}{\ell} = \frac{3\,103}{2} - 1\,480 \frac{81,24}{80} = 1\,551 - 1\,503 = 48$$

La forza radiale agente vale quindi:

$$F_{rA} = \sqrt{4\,198^2 + 48^2} \approx 4\,198 \text{ N}$$

Cuscinetto B

$$\frac{F_t}{2} = 4\,198 \text{ N}$$

$$\frac{F_r}{2} + F_a \frac{r}{\ell} = 1\,551 + 1\,503 = 3\,054 \text{ N}$$

Forza radiale agente:

$$F_{rB} = \sqrt{4\,198^2 + 3\,054^2} = 5\,191 \text{ N}$$

Forza assiale agente:

$$F_{aB} = F_a = 1\,480 \text{ N}$$

2 - Forze agenti sull'albero

La forza tangenziale:

$$F_t = 8\,396 \text{ N}$$

sollecita l'albero a torsione e a flessione e taglio sul piano xz.

La forza radiale:

$$F_r = 3\,103 \text{ N}$$

sollecita l'albero a flessione e taglio sul piano yz. La forza assiale:

$$F_a = 1\,480 \text{ N}$$

sollecita a compressione il tratto di albero compreso tra il pignone e il cuscinetto reggispinta B. Si lascia al lettore, come esercizio proposto, il compito di analizzare come si modificano le azioni sui supporti e le caratteristiche di sollecitazione sull'albero disponendo il pignone in varie posizioni asimmetriche.

Esercizio 7

Calcolare gli elementi geometrici primitivi e quelli fittizi del pignone di un ingranaggio conico a denti dritti, atto a realizzare la trasmissione di potenza tra due alberi a 90° con rapporto d'ingranaggio $u = 3,5$, essendo dati:

modulo $m = 3 \text{ mm}$

numero di denti del pignone $z_1 = 15$

Dalla tab. 12-V, per $\Sigma = 90^\circ$, risulta:

$$u = \frac{1}{\text{tg } \delta_1}$$

dalla quale si ricava:

$$\text{tg } \delta_1 = \frac{1}{u} = \frac{1}{3,5} = 0,2857142$$

$$\delta_1 = 15^\circ 57'$$

Essendo:

$$d_1 = m z_1 = 3 \times 15 = 45 \text{ mm}$$

si ottiene:

generatrice:

$$R = \frac{d_1}{2 \text{ sen } \delta_1} = \frac{45}{2 \text{ sen } 15^\circ 57'} = 81,90 \text{ mm}$$

larghezza dentatura:

$$b \approx \frac{R}{3} = 27 \text{ mm}$$

diametro primitivo medio:

$$d_{m1} = d_1 \left(1 - \frac{b}{2R}\right) = 45 \left(1 - \frac{27}{163,8}\right) = 37,58 \text{ mm}$$

addendum:

$$h_a = m = 3 \text{ mm}$$

dedendum:

$$h_f = 1,2m = 3,6 \text{ mm}$$

altezza del dente:

$$h = 2,2m = 6,6 \text{ mm}$$

diametro esterno:

$$d_{a1} = d_1 + 2m \cos \delta_1 = 45 + 6 \cos 15^\circ 57' = 45 \times 5,77 = 50,77 \text{ mm}$$

numero di denti fittizio:

$$z_{r1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{15}{\cos 15^\circ 57'} = 15,6$$

diametro primitivo di riferimento della ruota fittizia:

$$d_{r1} = \frac{d_1}{\cos \delta_1} = \frac{45}{\cos 15^\circ 57'} = 46,8 \text{ mm}$$

diametro primitivo della ruota fittizia media:

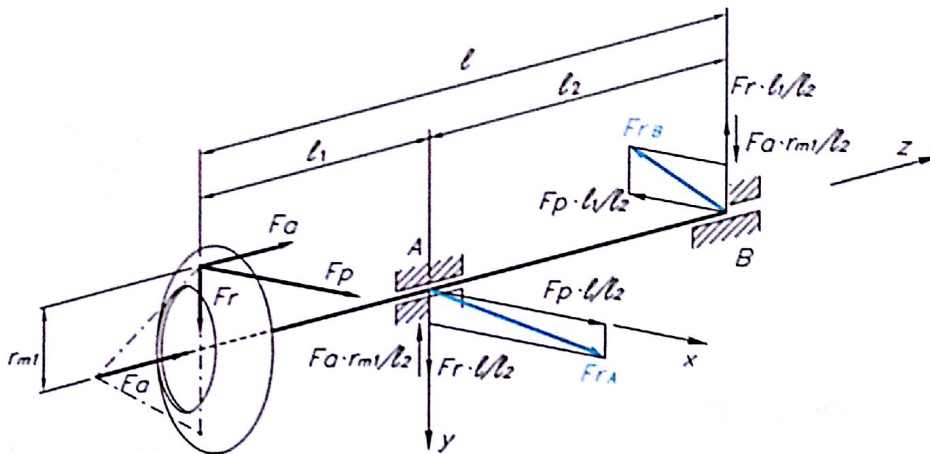
$$d_{mr1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1} = \frac{37,58}{\cos 15^\circ 57'} = 39,08 \text{ mm}$$

angolo del cono complementare:

$$\delta_1 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 15^\circ 57' = 74^\circ 03'$$

Esercizio 8

Calcolare le forze agenti sui supporti del pignone dell'esercizio 7, montato a sbalzo come indicato in figura, sapendo che il momento motore massimo è $M_1 = 3\,200 \text{ Nmm}$. Dati: $l_1 = 45 \text{ mm}$; $l_2 = 115 \text{ mm}$



La forza periferica utile è data dalla relazione:

$$F_p = \frac{2M_1}{d_{m1}} = \frac{2 \times 3\,200}{37,58} = 170 \text{ N}$$

Le forze radiale e assiale valgono rispettivamente:

$$F_r = F_p \operatorname{tg} \alpha \cos \delta_1 = 170 \operatorname{tg} 20^\circ \cos 15^\circ 57' = 59,5 \text{ N}$$

$$F_a = F_p \operatorname{tg} \alpha \sin \delta_1 = 170 \operatorname{tg} 20^\circ \sin 15^\circ 57' = 17 \text{ N}$$

Forze sui supporti

Il carico assiale gravante sui supporti corrisponde alla forza assiale F_a . I carichi radiali F_{rA} ed F_{rB} vanno invece calcolati in base alle tre forze F_p , F_r , F_a .

Con riferimento allo schema di calcolo della figura si ottiene:

Cuscinetto A

$$F_p \cdot \frac{l}{l_2} = 170 \frac{160}{115} = 236,5 \text{ N}$$

$$F_r \frac{l}{l_2} - F_a \frac{r_{m1}}{l_2} = 59,5 \frac{160}{115} - 17 \frac{18,79}{115} = 80 \text{ N}$$

Forza radiale agente:

$$F_{rA} = \sqrt{236,5^2 + 80^2} = 250 \text{ N}$$

$$F_p \cdot \frac{\ell_1}{\ell_2} = 170 \frac{45}{115} = 66,5 \text{ N}$$

$$F_{rB} = \sqrt{66,5^2 + 20,5^2} \approx 70 \text{ N}$$

$$F_r \frac{\ell_1}{\ell_2} - F_a \frac{\ell_m}{\ell_2} = 59,5 \frac{45}{115} - 17 \frac{18,79}{115} = 20,5 \text{ N}$$

Esercizio 9

Si vuole realizzare una trasmissione tra due alberi ad angolo retto, con rapporto di ingranaggio $u = 2,5$, mediante due ruote elicoidali di modulo normale $m_n = 3 \text{ mm}$ con diametri primitivi uguali. Sapendo che la frequenza di rotazione dell'albero motore è $n_1 = 600 \text{ giri/min}$, calcolare:

- gli angoli d'elica β_1 e β_2
- i diametri primitivi d_1 e d_2
- il rendimento η della dentatura
- la velocità di strisciamento

Per ingranaggi riduttori con $\Sigma = 90^\circ$ e $d_1 = d_2$ gli angoli d'elica si ricavano dalla relazione 12.63') che in questo caso diventa:

$$i = u \operatorname{tg} \beta_1$$

Da essa si ricava:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = 2,5$$

$$\beta_1 = 68^\circ 12'$$

ed essendo gli angoli d'elica complementari:

$$\beta_2 = 90^\circ - 68^\circ 12' = 21^\circ 48'$$

Fissato un numero di denti:

$$z_1 = 14$$

risulta:

$$z_2 = u z_1 = 2,5 \times 14 = 35$$

I moduli trasversali risultano:

$$m_{t1} = \frac{m_n}{\cos \beta_1} = \frac{3}{\cos 68^\circ 12'} = 8,078 \text{ mm}$$

$$m_{t2} = \frac{m_n}{\cos \beta_2} = \frac{3}{\cos 21^\circ 48'} = 3,231 \text{ mm}$$

ed i diametri primitivi:

$$d_1 = m_{t1} z_1 = 8,078 \times 14 = 113 \text{ mm}$$

$$d_2 = m_{t2} z_2 = 3,231 \times 35 = 113 \text{ mm}$$

Assunto un coefficiente d'attrito $f = 0,1$ (buona lubrificazione), il rendimento della dentatura è dato dalla relazione 12.69) che in questo caso si scrive:

$$\eta = \frac{1 - f \operatorname{tg} \beta_2}{1 + f \operatorname{tg} \beta_1} = \frac{1 - 0,1 \operatorname{tg} 21^\circ 48'}{1 + 0,1 \operatorname{tg} 68^\circ 12'} = \frac{0,96}{1,25} = 0,77$$

La velocità di strisciamento si calcola con la relazione 12.62) che diventa:

$$W = \frac{V_{p1} \operatorname{sen} \Sigma}{\cos \beta_2}$$

La velocità periferica vale:

$$V_{p1} = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 0,113 \cdot 600}{60} = 3,55 \text{ m/s}$$

e quindi:

$$W = \frac{3,55 \cdot \operatorname{sen} 90^\circ}{\cos 21^\circ 48'} = 3,82 \text{ m/s}$$

Esercizio 10

Calcolare le forze agenti sulla vite, e il rendimento η_1 del suo albero, di un ingranaggio riduttore a vite avente le seguenti caratteristiche:

numero filetti della vite $z_1 = 1$
 numero denti della ruota $z_2 = 70$
 frequenza di rotazione della vite $n_1 = 3\,000$ giri/min
 frequenza di rotazione della ruota $n_2 = 42,8$ giri/min
 angolo dell'elica della vite $\gamma_m = 3^\circ 51'$
 angolo di pressione normale $\alpha_n = 20^\circ$

angolo d'attrito $\varphi = 2^\circ$
 modulo assiale $m_x = 1,66$ mm
 potenza sull'albero motore $P_1 = 0,45$ kW
 momento sull'albero condotto $M_2 = 61$ Nm
 rendimento dell'albero condotto $\eta_2 = 0,98$

1 - Calcolo delle forze agenti

Poiché la vite è ad un filetto, i passi elicoidale p_z ed assiale p_x della vite e il passo circonferenziale p_2 della ruota coincidono ed il loro valore è:

$$p_z = p_x = p_2 = m_x \pi$$

Il diametro primitivo della ruota risulta perciò:

$$d_2 = z_2 m_x = 70 \times 1,66 = 116,2 \text{ mm}$$

Dalla relazione:

$$F_{p2} = \frac{2M_2}{d_2 \eta_2} \quad 12.76)$$

con i valori noti si ottiene:

$$F_{p2} = \frac{2 \times 61\,000}{116,2 \times 0,98} = 1\,071 \text{ N}$$

Poiché la forza periferica della ruota F_{p2} è uguale alla forza assiale della vite F_a , si ha:

$$F_a = 1\,071 \text{ N}$$

La forza periferica della vite risulta allora:

$$F_{p1} = F_a \operatorname{tg}(\gamma_m + \varphi) = 1\,071 \operatorname{tg} 5^\circ 51' = 109,7 \text{ N}$$

La forza radiale F_r si ricava dalla relazione:

$$F_r = F \operatorname{sen} \alpha_n \quad 12.76)$$

nella quale compare la forza F normale al filetto della vite che si può ricavare dalla:

$$F_{p1} = F (\cos \alpha_n \operatorname{sen} \gamma_m + f \cos \gamma_m)$$

Poiché è:

$$f = \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} 2^\circ = 0,035$$

si ottiene:

$$F = \frac{109,7}{\cos 20^\circ \operatorname{sen} 3^\circ 51' + 0,035 \cos 3^\circ 51'} = \frac{109,7}{0,0542 + 0,0349} = \frac{109,7}{0,089} = 1\,232 \text{ N}$$

e quindi la forza radiale è:

$$F_r = 1\,232 \operatorname{sen} 20^\circ = 421 \text{ N}$$

2 - Calcolo del rendimento η_1

Il rendimento totale del riduttore è:

$$\eta_T = \eta \cdot \eta_1 \cdot \eta_2$$

dove:

η = rendimento della dentatura
 η_1 = rendimento dell'albero motore
 η_2 = rendimento dell'albero condotto

Essendo noto η_2 basta ricavare i rendimenti η_T ed η per ottenere:

$$\eta_1 = \frac{\eta_T}{\eta \cdot \eta_2}$$

Sappiamo che:

$$P_1 = 0,45 \text{ kW}$$

Ricaviamo la velocità angolare ω_2 :

$$\omega_2 = \frac{2 \pi n_2}{60} = \frac{2 \pi \cdot 42,8}{60} = 4,48 \text{ rad/s}$$

La potenza P_2 vale perciò:

$$P_2 = M_2 \omega_2 10^{-3} = 61 \times 4,48 \times 10^{-3} = 0,2734 \text{ kW}$$

Il rendimento totale risulta:

$$\eta_T = \frac{P_2}{P_1} = \frac{0,2734}{0,45} = 0,61$$

Il rendimento della dentatura è:

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma_m}{\operatorname{tg}(\gamma_m + \varphi)} = \frac{\operatorname{tg} 3^\circ 51'}{\operatorname{tg} 5^\circ 51'} = 0,657$$

e il rendimento dell'albero motore risulta:

$$\eta_1 = \frac{0,61}{0,657 \cdot 0,98} = 0,95$$