

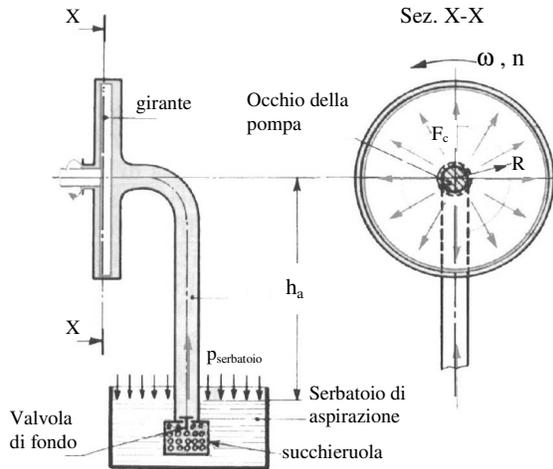
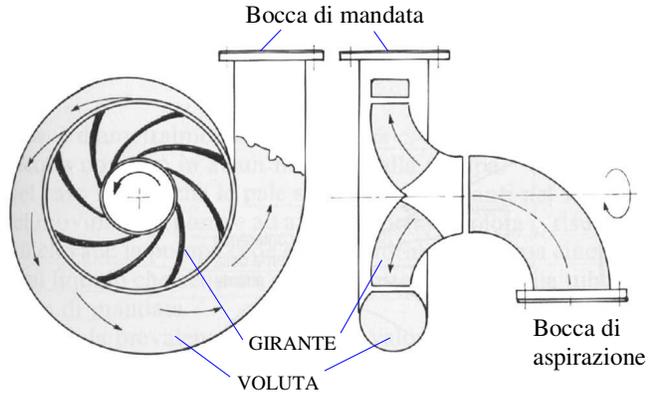
POMPE CENTRIFUGHE o TURBOPOMPE

DESCRIZIONE

Sono costituite da un organo mobile: la GIRANTE, che possiede moto rotatorio ad elevato numero di giri e da organi fissi: CASSA A SPIRALE (VOLUTA), TENUTE, CUSCINETTI.

La **girante** è costituita da un disco su cui sono ricavate delle pale che formano dei condotti divergenti ed è calettata su un albero sorretto da cuscinetti.

La pompa per poter sollevare il fluido deve essere **adescata**, cioè sia il condotto di aspirazione, sia il corpo della pompa devono essere sempre pieni di liquido. Ciò si realizza disponendo all'inizio del condotto di aspirazione una VALVOLA DI FONDO (o di NON RITORNO), che permette il passaggio del liquido solo in una direzione e precisamente dal serbatoio alla condotta di aspirazione.



Facendo ruotare velocemente la girante, il fluido viene spinto, per effetto centrifugo, dal centro verso la periferia della girante. La forza centrifuga avente direzione radiale, crea in prossimità del centro della girante (OCCHIO DELLA POMPA) una depressione capace di richiamare attraverso la condotta di aspirazione altro liquido, così da mantenere sempre piena tale condotta.

Mentre il liquido percorre i condotti della girante acquista energia cinetica ed energia di pressione a spese dell'energia meccanica impressa all'albero della girante.

All'uscita della girante il fluido passa nella voluta (condotto a sezione crescente) dove parte dell'energia cinetica che possiede viene trasformata in energia di

pressione. Tale energia permette la risalita del fluido attraverso la condotta di mandata.

Nelle pompe per alte prevalenze vi può essere, intorno alla girante, un diffusore costituito da una corona fissa di palette che formano dei condotti divergenti. La loro funzione è quella di trasformare buona parte dell'energia cinetica in energia di pressione, prima dell'ingresso del fluido nella voluta.

PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

Abbiamo già visto che grazie all'effetto centrifugo si ha un continuo afflusso di liquido nella pompa e il conseguente trasferimento di energia.

Quantifichiamo tale forza centrifuga. Indicando con R il raggio medio della girante, la forza centrifuga F_c che spinge il liquido verso la periferia vale:

FORZA CENTRIFUGA = MASSA \times ACCELERAZIONE CENTRIFUGA

$$\text{o in simboli } F_c = M \cdot a_c \quad \text{ma essendo } \begin{cases} M = \frac{G}{g} & G = \text{peso} \\ a_c = \omega^2 \cdot R \end{cases}$$

$$\text{si può scrivere } F_c = \frac{G}{g} \cdot \omega^2 \cdot R \quad \text{e per un peso unitario, cioè per } G = 1 \text{ N}$$

$$F_c = \frac{1}{g} \cdot \omega^2 \cdot R \quad \text{FORZA CENTRIFUGA AGENTE SULL'UNITÀ DI PESO DEL FLUIDO}$$

Poiché velocità angolare della girante ω e velocità periferica u lungo il suo raggio medio R sono legate dalla relazione
$$\omega = \frac{u}{R}$$

La forza centrifuga si può esprimere anche nella forma
$$F_c = \frac{1}{g} \cdot \omega^2 \cdot R = \frac{1}{g} \cdot \frac{u^2}{R^2} \cdot R = \frac{1}{g} \cdot \frac{u^2}{R}$$

Affinché si abbia un flusso continuo di fluido attraverso la pompa, la depressione creata dalla forza centrifuga, all'ingresso della pompa, deve avere un valore teorico

$$p_{\text{ingresso}} = p_{\text{serbatoio}} - \gamma \cdot h_a$$

in tal modo la pressione agente sul pelo del serbatoio spinge il fluido attraverso la condotta di aspirazione, fino all'ingresso della pompa.

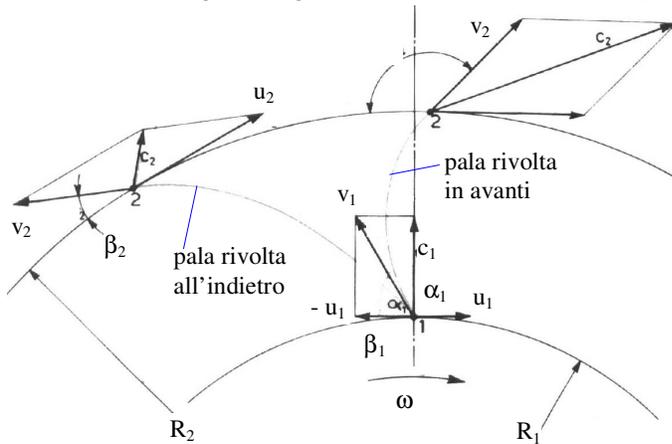
Aumentando la velocità di rotazione ω della girante, aumenta la forza centrifuga e la depressione che genera. L'aumento della depressione richiama una maggiore quantità di fluido, cioè aumenta la portata, poiché risulta maggiore la velocità assoluta d'ingresso c_1 del fluido nelle pale della girante.

$$\text{AUMENTO di } \omega \Rightarrow \begin{cases} \text{AUMENTO di } c_1 \Rightarrow \text{AUMENTO di } Q \\ \text{AUMENTO di } u_1 \end{cases}$$

TRIANGOLI DI VELOCITÀ

Il fluido aspirato entra nella girante con direzione all'incirca radiale (in realtà il moto è assiale – radiale in rapida successione) e quindi con velocità assoluta \vec{c}_1 radiale (direzione passante per il centro), di modulo all'incirca uguale al valore della velocità del liquido nella condotta di aspirazione.

Lo spigolo interno della pala (quello più vicino all'asse di rotazione) si muove con velocità di trascinamento (o periferica) $\vec{u}_1 = \omega \cdot R_1$ essendo ω la velocità angolare della girante.



La velocità relativa \vec{v}_1 del fluido all'ingresso della pala si determina tramite composizione vettoriale: $\vec{v}_1 = \vec{c}_1 - \vec{u}_1$

Essendo \vec{c}_1 radiale e \vec{u}_1 tangente alla circonferenza interna della girante, **le due velocità risultano fra loro perpendicolari**. Per rispettare la prima condizione di massimo rendimento (**assenza di urti** per il fluido all'ingresso della girante) la velocità relativa d'ingresso \vec{v}_1 deve risultare tangente al profilo della pala.

La velocità assoluta di uscita \vec{c}_2 che deve essere la più piccola possibile (per rispettare la seconda condizione di massimo rendimento), si ottiene componendo vettorialmente le velocità

$$\begin{aligned} \vec{u}_2 = \omega \cdot R_2 & \quad \text{tangente alla circonferenza esterna della girante} \\ \vec{v}_2 & \quad \text{tangente al profilo in uscita della pala.} \end{aligned}$$

Gli angoli β assumono, nelle costruzioni di pompe, i seguenti valori:

$$\beta_1 = 15^\circ \div 50^\circ$$

$$\beta_2 = 15^\circ \div 35^\circ \quad \text{con valori di } 20^\circ \div 25^\circ \text{ come campo di maggiore applicazione}$$

Nel rispetto della 1^a condizione, vi sono due possibili profili di pala che risultano tangenti a \vec{v}_1 :

- ↳ **PROFILO CON PALE RIVOLTE IN AVANTI** rispetto al senso di rotazione della girante (POMPE AD AZIONE); in questo caso si ottiene una velocità assoluta \vec{c}_2 grande, ciò vuol dire che quasi tutta l'energia ceduta dalla girante al fluido si è trasformata in energia cinetica $\left(\frac{c_2^2}{2 \cdot g}\right)$
- ↳ **PROFILO CON PALE RIVOLTE ALL'INDIETRO** rispetto al senso di rotazione della girante (POMPE A REAZIONE); in questo caso si ottiene una piccola velocità assoluta \vec{c}_2 in accordo con la seconda condizione di massimo rendimento. Ciò vuol dire che quasi tutta l'energia ceduta al fluido si è trasformata in energia di pressione.

Le giranti con pale rivolte all'indietro sono le più utilizzate, perché garantiscono rendimenti più elevati, essendo rispettata anche la seconda condizione di massimo rendimento.

Il trasferimento dell'energia dalla girante al fluido

(TRASFORMAZIONE: ENERGIA MECCANICA \rightarrow ENERGIA IDRAULICA)

che la acquisisce sotto forma di pressione (almeno nei casi più comuni) è dovuto:

- alla forza centrifuga che agisce sul fluido; tale forza assume, per l'unità di peso del fluido i valori

$$\text{in ingresso} \quad F_{c1} = \frac{1}{g} \cdot \omega^2 \cdot R_1$$

$$\text{in uscita} \quad F_{c2} = \frac{1}{g} \cdot \omega^2 \cdot R_2 \quad \text{con } F_{c2} > F_{c1} \quad \text{poiché } R_2 > R_1$$

- alla forza generata dalla variazione del vettore velocità relativa (una variazione di velocità comporta una accelerazione) mentre percorre i condotti curvi della girante
- all'effetto divergente dei condotti della girante.

Si dimostra che la prevalenza manometrica fornita da una qualsiasi pompa centrifuga vale

$$H_m = \frac{\eta_i}{g} \cdot (u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 - u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1) \quad \text{con } \alpha \text{ angolo tra i vettori } \vec{c} \text{ e } \vec{u}$$

Per le **POMPE CENTRIFUGHE** si ha \vec{c}_1 radiale e quindi $\alpha_1 = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha_1 = 0$, pertanto

$$H_m = \frac{\eta_i}{g} \cdot (u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2)$$

Nota: a prima vista sembra che una pompa con pale rivolte in avanti fornisca una prevalenza

maggiore, infatti $H_m = \frac{\eta_i}{g} \cdot (u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2) \quad \begin{cases} u_2 \text{ è uguale in ambedue i casi} \\ c_2 \text{ è maggiore per pale rivolte all'indietro} \end{cases}$

In effetti la girante trasferisce una maggiore energia nel caso di pale rivolte in avanti, ma sottoforma cinetica e volendola trasformare in energia di pressione in un diffusore, le perdite di natura idraulica sono notevoli, per cui si ha una forte diminuzione del rendimento idraulico η_i . In definitiva confrontando l'aumento di c_2 con la diminuzione di η_i , conviene utilizzare giranti con pale rivolte all'indietro.

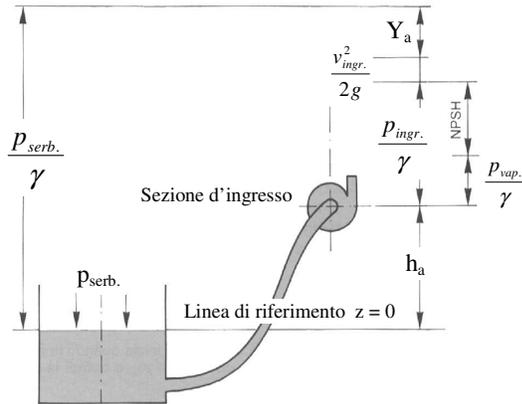
Anche altri motivi sconsigliano l'uso di pompe con pale rivolte in avanti: *instabilità di funzionamento alle basse portate, potenza assorbita sempre crescente.*

ALTEZZA DI ASPIRAZIONE

Abbiamo visto che nella sezione d'ingresso della pompa vi è una depressione (ovvero una **pressione assoluta inferiore a quella atmosferica**) necessaria per aspirare il fluido dal serbatoio a valle. Tale depressione non può assumere valori qualsiasi, ma è soggetta a delle limitazioni per evitare un fenomeno dannoso chiamato CAVITAZIONE.

La CAVITAZIONE consiste nella vaporizzazione locale di un fluido quando si trova in un condotto dove regna una pressione inferiore alla pressione di vapore (TENSIONE DI VAPORE) del fluido. Quando le bolle di vapore trascinate dalla corrente arrivano in zone con pressioni più elevate, collassano producendo onde di pressione di elevata intensità. L'effetto è che particelle di liquido colpiscono con estrema violenza le parti della pompa causandone l'erosione e, a volte, anche la rottura.

Così, ad esempio, se la pressione assoluta all'ingresso della pompa vale $p_{ingr.} = 2335 \text{ Pa}$ e l'acqua aspirata ha una temperatura superiore a $20 \text{ }^\circ\text{C}$, essa vaporizza causando cavitazione.



Vediamo di quantificare quale deve essere l'altezza di aspirazione h_a di una pompa.

Consideriamone una che aspira da un serbatoio dove regna la pressione $p_{serb.}$

Per il significato geometrico (altezza di colonna di liquido) di ognuno dei termini che seguono si fa riferimento alla figura.

Applichiamo BERNOULLI tra il pelo libero del serbatoio a valle e la sezione d'ingresso della pompa, utilizzando le pressioni assolute:

$$\frac{p_{serb.}}{\gamma} = h_a + \frac{p_{ingr.}}{\gamma} + \frac{v_{ingr.}^2}{2g} + Y_a \quad \text{con} \quad \frac{v_{ingr.}^2}{2g} \cong 0 \quad \text{perchè trascurabile rispetto agli altri termini}$$

da cui è possibile calcolare il carico di pressione (o **altezza di colonna di liquido**) all'ingresso della

pompa
$$\frac{p_{ingr.}}{\gamma} = \frac{p_{serb.}}{\gamma} - h_a - Y_a$$

Si deve però osservare che la pressione minima non si manifesta nella sezione d'ingresso, ma all'interno della pompa, dove si hanno forti depressioni; tale depressione minima non può essere inferiore alla pressione di vapore $p_{vap.}$ altrimenti il liquido vaporizza innescando la cavitazione.

In campo impiantistico, l'aumento di tale depressione viene quantificato da un parametro chiamato NPSH (NET POSITIVE SUCTION HEAD), fornito dal costruttore, in funzione del punto di lavoro della pompa. L'altezza netta positiva di aspirazione NPSH è definito dalla relazione

$$NPSH = \frac{p_{ingr.}}{\gamma} - \frac{p_{vap.}}{\gamma} \quad \text{che rappresenta il carico assoluto in metri di colonna di liquido (mc.l.)}$$

all'ingresso della pompa, al di sopra del carico dovuto alla pressione di vapore (il significato grafico è rappresentato in figura).

I valori di NPSH AUMENTANO all'aumentare della portata.

Per EVITARE IL FENOMENO DELLA CAVITAZIONE deve risultare
$$NPSH \leq \frac{p_{ingr.}}{\gamma} - \frac{p_{vap.}}{\gamma}$$

Ma abbiamo visto prima che
$$\frac{p_{ingr.}}{\gamma} = \frac{p_{serb.}}{\gamma} - h_a - Y_a$$
 per cui si ottiene

$$\underbrace{NPSH}_{\text{capacità di aspirazione della pompa}} \leq \frac{p_{serb.}}{\gamma} - h_a - Y_a - \frac{p_{vap.}}{\gamma} = \underbrace{\frac{p_{serb.} - p_{vap.}}{\gamma} - h_a - Y_a}_{\text{condizioni di aspirazione dell'impianto}}$$

da cui si calcola l'altezza di aspirazione
$$h_a \leq \frac{p_{serb.} - p_{vap.}}{\gamma} - NPSH - Y_a$$

dove l'uguale vale per l'altezza massima di aspirazione $h_{a \text{ max.}}$. Quindi una pompa deve posizionarsi, rispetto al pelo libero del serbatoio, ad un'altezza sempre inferiore all'altezza di aspirazione.

Se

↪ h_a risulta positiva, è un'altezza di aspirazione

↪ h_a risulta negativa, è un'altezza di battente (pompa posizionata sotto il livello del serbatoio)

ESEMPI: per una pompa centrifuga con 1 girante che deve trattare acqua alla temperatura di 15 °C, al livello del mare, aspirante da un serbatoio aperto all'atmosfera, sono noti

- la portata: $Q = 50 \text{ m}^3/\text{h}$
- tutte le perdite (DISTRIBUITE + CONCENTRATE) nel tratto in aspirazione: $Y_a = 0,8 \text{ m}$
- la velocità di rotazione della pompa: $n = 1450 \text{ giri/min}$

Qual è la massima altezza di aspirazione?

Dal manuale (vedi pag. 753), per il tipo di pompa: centrifuga ad 1 girante, si legge

dal grafico: $NPSH = 2,55 \text{ m}$

da tabella: $p_{vap.} = 1695 \text{ Pa}$ (per $t = 15 \text{ °C}$)

a cui corrisponde un'altezza di colonna di liquido $\frac{p_{vap.}}{\gamma} = \frac{1695}{9810} = 0,17 \text{ m}$

da tabella: $\frac{p_{serb.}}{\gamma} = \frac{p_{atm}}{\gamma} = \frac{101325}{9810} \cong 10,33 \text{ m}$ essendo il serbatoio al livello del mare

L'altezza di aspirazione h_a della pompa, PER EVITARE LA CAVITAZIONE, deve essere:

$$h_a \leq \frac{p_{serb.}}{\gamma} - \frac{p_{vap.}}{\gamma} - NPSH - Y_a = 10,33 - 0,17 - 2,55 - 0,8 = 6,81 \text{ m}$$

quindi la pompa non deve essere posizionata rispetto al pelo libero del serbatoio ad un'altezza superiore a 6,81 m. Per cautelarsi da eventuali variazioni delle condizioni di calcolo, meglio posizionare la pompa ad un'altezza inferiore di circa 1 m, quindi **$h_a \leq 5,81 \text{ m}$** .

➤ *Se con gli stessi dati di prima, si suppone*

temperatura dell'acqua: $t = 50 \text{ °C}$

serbatoio a quota 1000 m sul livello del mare

si ottiene: $\frac{p_{vap.}}{\gamma} = 1,26 \text{ m}$ $\frac{p_{serb.}}{\gamma} \cong 9,17 \text{ m}$

Questa volta l'altezza di aspirazione h_a della pompa, PER EVITARE LA CAVITAZIONE, deve essere:

$$h_a \leq \frac{p_{serb.}}{\gamma} - \frac{p_{vap.}}{\gamma} - NPSH - Y_a = 9,17 - 1,26 - 2,55 - 0,8 = 4,56 \text{ m}$$

Come si può notare h_a è inferiore rispetto al caso precedente, poiché sono diverse sia la temperatura del fluido aspirato e quindi la pressione di vapore $p_{vap.}$, sia la pressione sul pelo libero del serbatoio, in quanto a quota 1000 m la pressione atmosferica è inferiore a 101325 Pa.

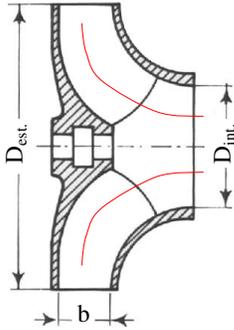
In modo approssimato e nei casi più comuni, si può calcolare l'altezza di aspirazione nel modo seguente

$$h_a \leq \frac{p_{serb.}}{\gamma} - \Delta H \quad \text{con} \quad \Delta H = \left[\left(\frac{n}{100} \right)^2 \cdot \frac{Q}{K \cdot S} \right]^3 - 1 \quad (m)$$

dove n è il numero di giri al minuto della girante, Q la portata in m^3/s , $K \cdot S = 2,2$ per costruzioni normali ($K \cdot S = 1,69 \div 2,88$), -1 m per tenere conto di alcuni termini trascurati (perdite nella condotta di aspirazione, altezza dovuta alla tensione di vapore, altezza cinetica)

NUMERO DI GIRI CARATTERISTICO e CLASSIFICAZIONE DELLE POMPE

La forma della girante varia in funzione delle principali prestazioni richieste dalla pompa, cioè portata e prevalenza.



Considerando una generica girante si può dire che:

- una grande portata richiede ampi passaggi, quindi occorre aumentare l'altezza della palettatura **b** nella sezione d'uscita;
- un'elevata prevalenza impone forti effetti centrifughi che sono proporzionali a n^2 e a D_{esterno} .

Da ciò si può dedurre che per una pompa cui sia richiesta

$\left\{ \begin{array}{l} \text{GRANDE } Q \\ \text{PICCOLA } H_m \end{array} \right.$

avrà una girante di piccolo diametro con ampi passaggi

$\left\{ \begin{array}{l} \text{PICCOLA } Q \\ \text{GRANDE } H_m \end{array} \right.$

avrà una girante di grande diametro e molto stretta, cioè con piccoli passaggi

per il fluido

Forma e dimensioni delle giranti, in relazione alle prestazioni richieste dalla pompa, sono sintetizzate da una grandezza chiamata NUMERO DI GIRI CARATTERISTICO definito dalla relazione

$$n_c = n \cdot \frac{\sqrt{P_u}}{H_m^{1,25}} \quad \text{con} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = \text{numero di giri della girante in giri/min} \\ P_u = \text{potenza utile della pompa in kW} \\ H_m = \text{prevalenza manometrica in m.c.l.} \end{array} \right.$$

per $\left\{ \begin{array}{l} P_u = 1 \text{ kW} \\ H_m = 1 \text{ m} \end{array} \right. \Rightarrow n_c = n$

quindi il numero di giri caratteristico è il numero di giri di una

POMPA MODELLO, geometricamente simile a quella in esame (quindi con lo stesso rendimento), capace di fornire la prevalenza di 1 m erogando la potenza utile di 1kW.

Nel caso delle pompe si preferisce esprimere n_c in funzione della portata **Q** e della prevalenza

H_m . Ricordando che $P_u = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000}$ (kW), sostituendo nell'espressione di n_c , si ottiene

$$n_c = n \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot g}{1000}} \cdot \frac{\sqrt{H_m}}{H_m^{1,25}} \cdot \sqrt{Q} = n \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot g}{1000}} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}} \quad \text{valida sempre}$$

Nel caso che il fluido pompato sia acqua ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), si ottiene

$$n_c = n \cdot \sqrt{\frac{1000 \cdot g}{1000}} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}} = \sqrt{g} \cdot n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}} = 3,13 \cdot n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}} \quad \text{VALIDA SOLO PER L'ACQUA}$$

Poiché n_c dipende da **Q** e H_m , grandezze da cui dipende la forma della girante, ne consegue la possibilità di mettere in relazione il valore assunto da n_c con forma e dimensioni della girante, e di classificare le pompe in:

POMPE CENTRIFUGHE LENTE:

$$n_c = 50 \div 85, \quad H_m = 100 \div 200 \text{ m}$$

ad elevata prevalenza e piccola portata

POMPE CENTRIFUGHE NORMALI:

$$n_c = 85 \div 170, \quad H_m = 40 \div 100 \text{ m}$$

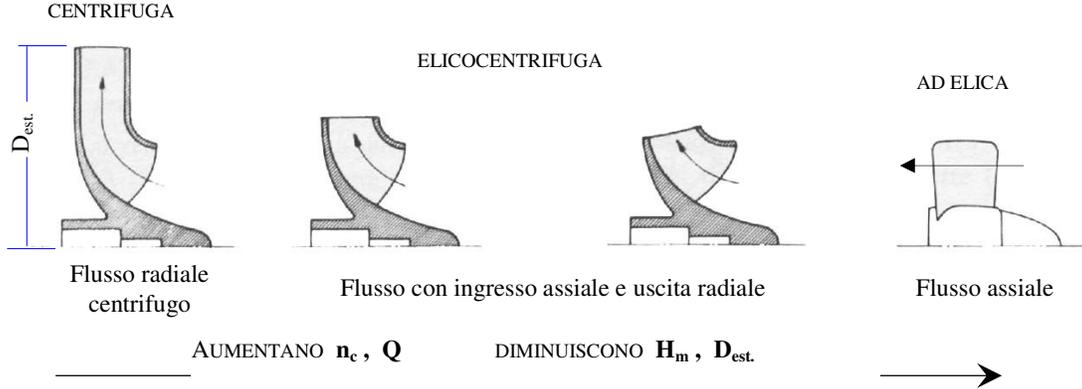
a media prevalenza e media portata

POMPE CENTRIFUGHE VELOCI:

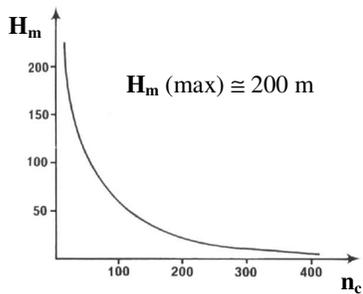
$$n_c = 170 \div 200, \quad H_m < 40 \text{ m}$$

ad piccola prevalenza ed elevata portata

Nel passaggio dalle pompe centrifughe lente a quelle veloci cambia la forma della girante (DIMINUISCE $D_{est.}$, AUMENTA b) e il flusso del fluido nella girante tende a passare da radiale centrifugo ad assiale. Vedi rappresentazione nella sottostante figura:

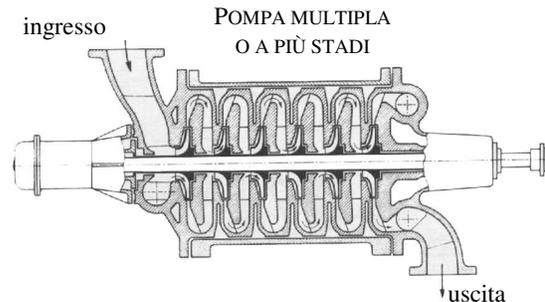


Le pompe centrifughe a **1 girante** raggiungono prevalenze non molto elevate. In figura è rappresentato in modo qualitativo la variazione di H_m al variare di n_c .

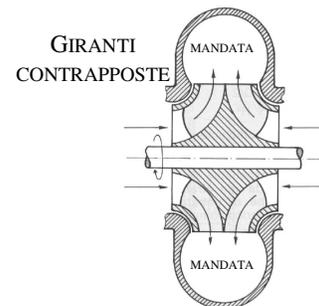


Per ottenere prevalenze più elevate (1000 m e oltre) si costruiscono POMPE MULTIPLE formate da **più giranti in serie** calettate sullo stesso albero e contenute in un'unica cassa.

Il fluido percorre in successione ognuna delle giranti (in numero che può arrivare fino a $8 \div 10$) in modo da cedergli l'energia, pertanto **la prevalenza di una pompa multipla è data dalla somma delle prevalenze parziali delle singole giranti.**



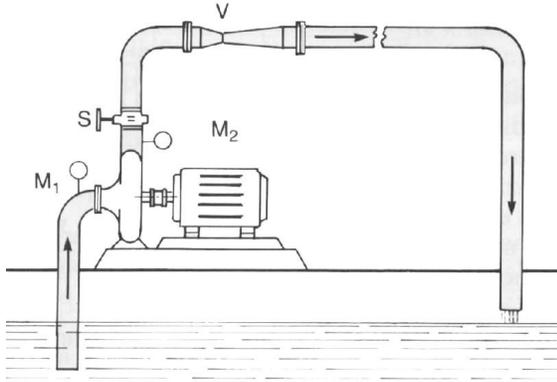
Per annullare la spinta assiale generata dalla diversa pressione sulle facce opposte della girante, si impiegano POMPE MULTIPLE A GIRANTI CONTRAPPOSTE.



CURVE CARATTERISTICHE DI UNA POMPA

Sono curve tracciate sperimentalmente (quindi per punti) che rappresentano le VARIAZIONI della prevalenza manometrica H_m , del rendimento η , della potenza assorbita P_a , in FUNZIONE DELLA PORTATA Q erogata dalla pompa, MANTENENDO COSTANTE IL NUMERO DI GIRI ($n = \text{cost.}$).

Per determinare tali caratteristiche viene utilizzato un impianto come in figura:



Agendo sulla saracinesca **S** si fa variare la portata **Q** che viene misurata utilizzando il venturimetro **V**. La prevalenza fornita dalla pompa con le varie portate, si calcola facendo le letture sui due manometri **M₁** posto all'ingresso della pompa ed **M₂**

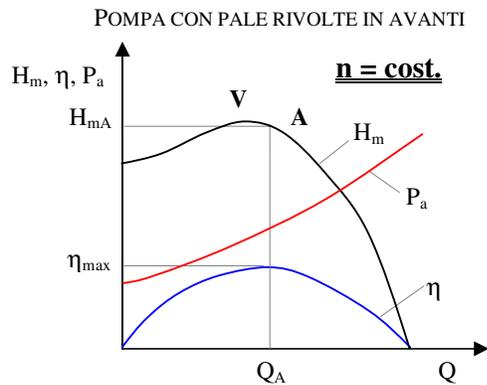
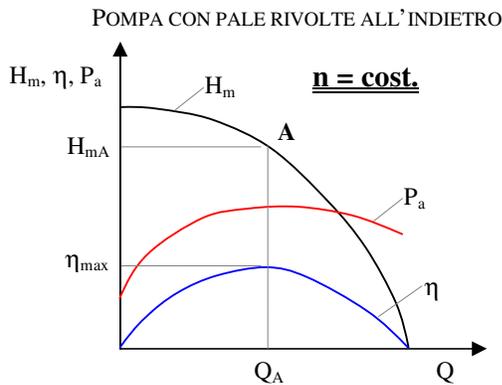
posto all'uscita:
$$H_m \cong \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

Noti **Q** e **H_m** si può calcolare $P_u = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000}$ e

misurando la potenza assorbita **P_a**, si calcola il

rendimento
$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$
.

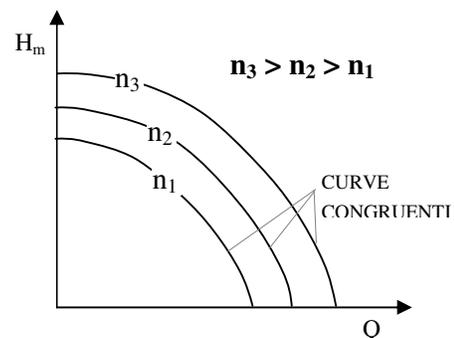
Le CURVE CARATTERISTICHE assumono, nel piano **Q – H_m, η, P_a** l'andamento qualitativo riportato di seguito.



Per tali curve caratteristiche si può dire quanto segue:

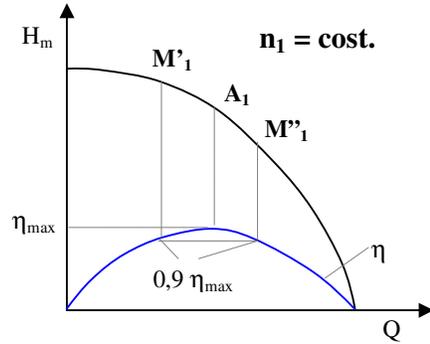
- **H_m** diminuisce all'aumentare di **Q** (FUNZIONAMENTO STABILE)
- Il punto **A** rappresenta il **punto di funzionamento ottimale** della pompa in quanto **η** è massimo. In tal punto la pompa eroga la portata **Q_A** fornendo la prevalenza **H_{mA}**
- Allontanandosi dal punto **A**, la pompa lavora con rendimenti più bassi, perché ci si allontana dalle condizioni di progetto che soddisfano le due condizioni di massimo rendimento
- La potenza assorbita è massima in corrispondenza di **η_{max}** e mantiene valori non molto variabili intorno al punto di funzionamento ottimale
- A sinistra del punto **V** aumentano o diminuiscono contemporaneamente **H_m** e **Q** (instabilità di funzionamento perché si hanno grandi variazioni della potenza assorbita)
- La potenza assorbita è sempre crescente con conseguente difficoltà nel dimensionare il motore che deve azionare la pompa

Variando il numero di giri della pompa si ottengono delle curve caratteristiche (**H, Q**) fra loro **CONGRUENTI**, cioè curve che sono traslate, l'una rispetto all'altra, verso destra, all'aumentare di **n**.

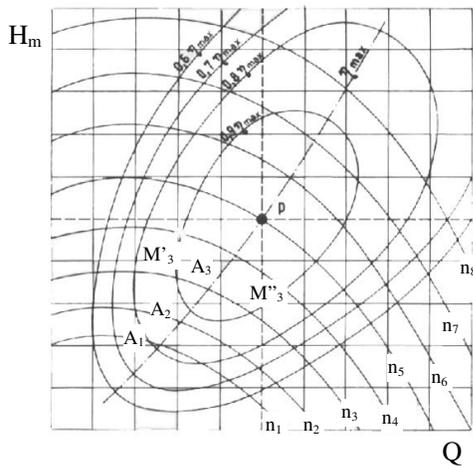


Per ogni valore di n (n_1, n_2, n_3, \dots) fatto assumere alla pompa, si può tracciare anche la relativa curva di rendimento η .

Al variare del rendimento ($\eta_{\max}, 0,9 \eta_{\max}, 0,8 \eta_{\max}, \dots$) si possono individuare sulla caratteristica H_m i corrispondenti punti di funzionamento con uguale rendimento. In corrispondenza di η_{\max} vi è un solo punto sulla curva H_m (il punto A_1), mentre per i rendimenti più bassi ($0,9 \eta_{\max}, 0,8 \eta_{\max}, \dots$) si individuano sulla curva H_m due punti per ogni valore di $\eta < \eta_{\max}$ (i punti M'_1 e M''_1).



Rappresentando su un unico piano la caratteristica H_m al variare di n e congiungendo i punti A_1, A_2, A_3, \dots di funzionamento a η_{\max} ; congiungendo i punti $M'_1 - M''_1, M'_2 - M''_2, M'_3 - M''_3, \dots$ di funzionamento a $0,9 \eta_{\max}$, e così via, si ottiene un diagramma, chiamato **DIAGRAMMA COLLINARE** o **A CONCHIGLIA DELLA POMPA**, rappresentato in figura:



Le curve ottenute unendo tutti i punti ad uguale rendimento si chiamano **CURVE DI ISORENDIMENTO**.

La curva η_{\max} è aperta perché esiste un solo punto sulla caratteristica H_m in cui $\eta = \eta_{\max}$

Le altre curve ($0,9 \eta_{\max}, 0,8 \eta_{\max}, \dots$) sono chiuse.

Per esempio, dal diagramma si legge: quando la pompa lavora al regime di rotazione n_5 ha come punto ottimale di funzionamento quello rappresentato in figura dal punto $P \equiv A_5$.

Il diagramma collinare permette di individuare per ogni valore di n , i valori di Q e H_m per cui si ha il massimo rendimento, pertanto **PERMETTE DI SCEGLIERE LA POMPA PIÙ IDONEA ALLE ESIGENZE DELL'IMPIANTO**.

Ogni tipo di pompa centrifuga ha il suo diagramma collinare fornito dai costruttori.

CURVA CARATTERISTICA DELLA TUBAZIONE - PUNTO DI LAVORO

Una pompa è sempre inserita in un impianto. Per poterla scegliere correttamente, utilizzando il diagramma collinare, devono essere note le caratteristiche dell'impianto: **H_g , p_B , p_A , diametri e tipo di tubazioni utilizzate**. Attraverso questi dati si risale alla **CURVA CARATTERISTICA DELLA TUBAZIONE**, cioè alle **VARIAZIONI DELLA PREVALENZA MANOMETRICA ASSORBITA AL VARIARE DELLA PORTATA**.

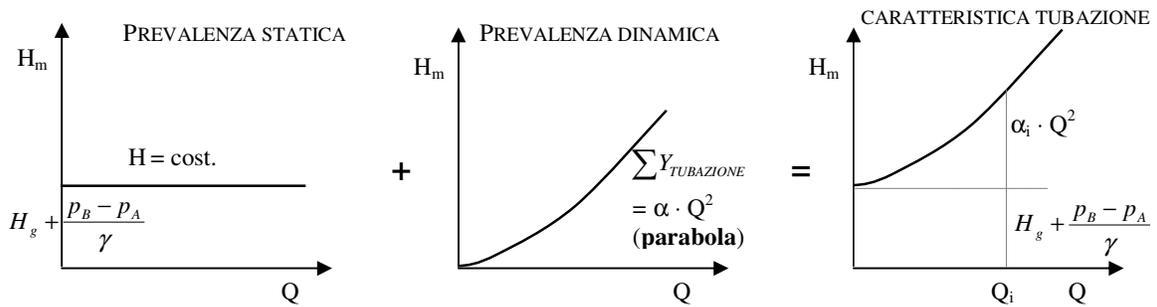
Sappiamo che per la prevalenza manometrica vale la relazione

$$H_m = \underbrace{H_g + \frac{p_B - p_A}{\gamma}}_{\text{indipendenti dalla portata PREVALENZA STATICA}} + \underbrace{\sum Y_{TUBAZIONE}}_{\text{dipendenti dalla portata PREVALENZA DINAMICA}} \quad \text{dove i primi due termini non dipendono dalla portata,}$$

mentre le perdite nella tubazione dipendono dal **quadrato della portata**, infatti

$$\sum Y_{TUBAZIONE} = Y_{DISTRIBUITE} + \sum y_{CONCENTRATE} = \beta \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot L + \sum k \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (\text{ricorda che } v = \frac{Q}{A} \Rightarrow v^2 = \frac{Q^2}{A^2})$$

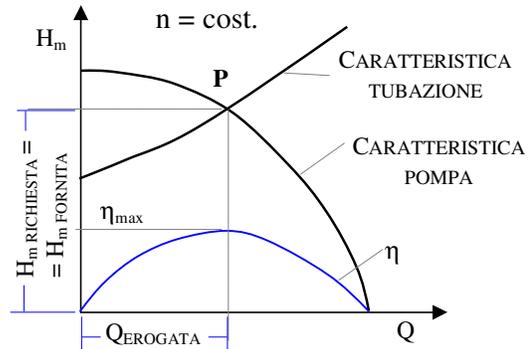
Volendo rappresentare graficamente, nel piano $H_m - Q$, la **prevalenza statica** e **quella dinamica**, si ottiene rispettivamente una retta e una parabola come rappresentato nelle figure:



Sovrapponendo la caratteristica della tubazione con quella della pompa si ottiene il **PUNTO DI LAVORO P**: LA POMPA EROGHERÀ LA PORTATA **Q** e FORNIRÀ LA PREVALENZA **H** che si leggono proiettando il punto **P** sui due assi. La pompa deve essere scelta in modo che in corrispondenza del punto di lavoro sia massimo il rendimento (**CONDIZIONE OTTIMALE DI FUNZIONAMENTO**).

LA POMPA SI STABILISCE AUTOMATICAMENTE SUL PUNTO DI LAVORO P.

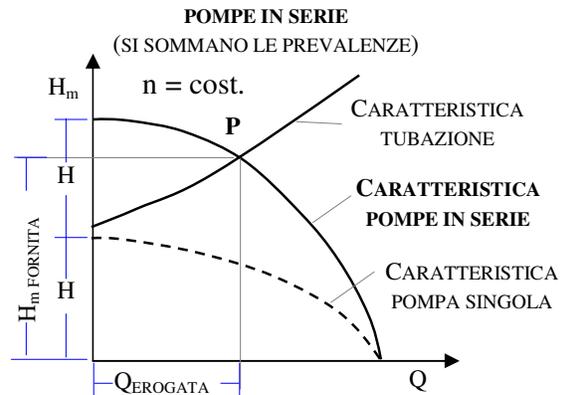
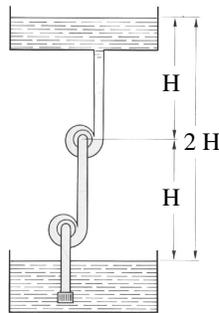
Se per un qualsiasi motivo cambia o la prevalenza, o la portata ci si allontana dalle condizioni ottimali e la pompa lavorerà con un rendimento inferiore a quello massimo.



Per POMPE COLLEGATE IN SERIE O IN PARALLELO, per la determinazione del punto di lavoro **P** si opera come in figura, sapendo che

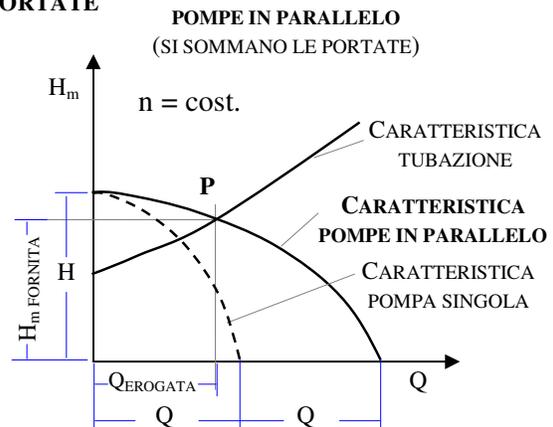
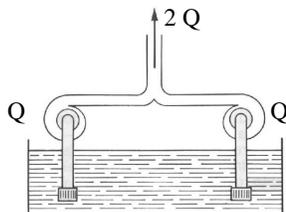
➤ **PER POMPE IN SERIE SI SOMMANO LE PREVALENZE**

SCHEMA D'IMPIANTO CON POMPE IN SERIE



➤ **PER POMPE IN PARALLELO SI SOMMANO LE PORTATE**

SCHEMA D'IMPIANTO CON POMPE IN PARALLELO



LEGGI DI AFFINITÀ

Dal principio di funzionamento di una pompa centrifuga si deduce che:

↪ **la portata erogata è proporzionale a n**

essendo Q proporzionale a v e v proporzionale a n

↪ **la prevalenza ottenuta è proporzionale a n^2**

essendo proporzionale alla forza centrifuga $F_c = \frac{1}{g} \cdot \omega^2 \cdot R$

↪ **la potenza utile è proporzionale a n^3**

essendo P_u proporzionale a Q e a H_m

Se per una variazione del numero di giri n (da n_1 a n_2) una pompa si trova in analoghe condizioni di funzionamento, in modo **da potere ritenere non molto dissimili i triangoli di velocità e quindi all'incirca costante il valore del rendimento**, per la pompa valgono le seguenti relazioni, che costituiscono l'espressione analitica della LEGGE DI AFFINITÀ

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \qquad \frac{H_{m1}}{H_{m2}} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \qquad \frac{P_{u1}}{P_{u2}} = \frac{n_1^3}{n_2^3}$$

LA NECESSITÀ DI SUPPORRE INALTERATO IL RENDIMENTO DELLA POMPA, LIMITA IL CAMPO DI APPLICAZIONE DELLA LEGGE DI AFFINITÀ A VARIAZIONI DEL NUMERO DI GIRI DI $\pm 10\%$

Così volendo applicare la legge di affinità alla variazione del numero di giri da $n_1 \rightarrow n_2$, perché sia valida la legge deve verificarsi

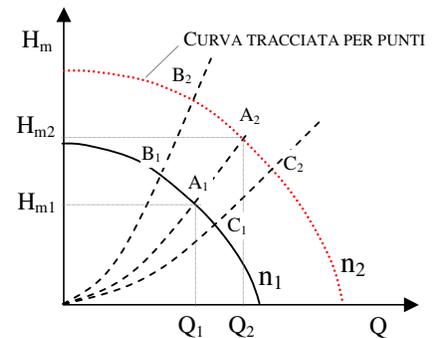
$$(n_1 - 10\% n_1) \leq n_2 \leq (n_1 + 10\% n_1)$$

La legge di affinità permette di tracciare la curva caratteristica di una pompa ad un regime di rotazione n_2 quando è nota la curva relativa ad un regime di rotazione n_1 non molto dissimile da n_2 .

Infatti noti per il punto A_1 i valori di Q_1 e H_{m1} , si possono determinare

$$\left. \begin{aligned} Q_2 &= \frac{n_2}{n_1} \cdot Q_1 \\ H_{m2} &= \frac{n_2^2}{n_1^2} \cdot H_{m1} \end{aligned} \right\} \text{ che individuano il punto } A_2$$

procedendo in modo analogo per i punti B_1, C_1, \dots si determinano i corrispondenti punti B_2, C_2, \dots



LA CURVA OTTENUTA UNENDO TUTTI QUESTI PUNTI RAPPRESENTA LA CARATTERISTICA DELLA POMPA AL REGIME DI ROTAZIONE n_2 .

I punti A_1 e A_2, B_1 e B_2, C_1 e C_2, \dots appartengono a una parabola avente il vertice nell'origine degli assi, infatti dalla legge di affinità:

$$\frac{H_{m1}}{H_{m2}} = \frac{n_1^2}{n_2^2} = \frac{Q_1^2}{Q_2^2} \quad \text{ovvero} \quad \frac{H_{m1}}{Q_1^2} = \frac{H_{m2}}{Q_2^2} \quad \text{quindi in generale} \quad \frac{H_m}{Q^2} = K = \text{costante}$$

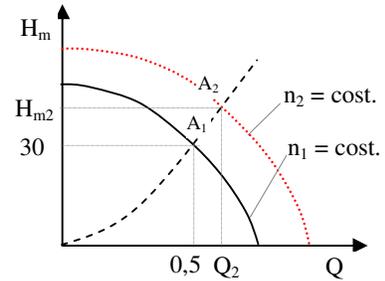
$H_m = K \cdot Q^2$ è l'equazione di una parabola: per $Q = 0$ si ha $H_m = 0$ quindi passa per l'origine.

ESEMPIO: per una pompa centrifuga si ha:

- velocità di rotazione $n_1 = 1500$ giri/min
- prevalenza fornita $H_{m1} = 30$ m
- portata erogata $Q_1 = 0,5$ m³/min

Cambiando la prevalenza dell'impianto $H_{m2} = 35$ m, determinare

- il numero di giri n_2 a cui far lavorare la pompa per avere lo stesso rendimento
- la nuova portata erogata dalla pompa Q_2 .



Dalla seconda relazione della legge di affinità

$$\frac{H_{m1}}{H_{m2}} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \rightarrow n_2 = n_1 \cdot \sqrt{\frac{H_{m2}}{H_{m1}}} = 1500 \times \sqrt{\frac{35}{30}} = 1620 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

poiché $n_2 < (n_1 + 10\% n_1) = 1650$

si può ritenere $\eta \cong$ costante

Dalla prima relazione della legge di affinità

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow Q_2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot Q_1 = \frac{1620}{1500} \times 0,5 = 0,54 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$$

REGOLAZIONE DELLE POMPE

La regolazione consiste nella possibilità di variare la portata erogata da una pompa che è inserita in un impianto.

La regolazione si può fare in due modi:

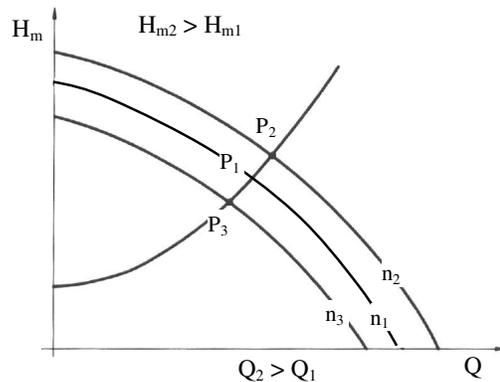
↳ VARIANDO IL REGIME DI ROTAZIONE DELLA POMPA

Questo tipo di regolazione è possibile solo quando la pompa è azionata da un motore elettrico a corrente continua con eccitazione in derivazione (**caso raro**), o da un motore a combustione interna (OTTO o DIESEL).

Così, ad esempio, volendo aumentare la portata si varia il numero di giri da n_1 a n_2 ($n_2 > n_1$) e il punto di lavoro si sposterà automaticamente da P_1 a P_2 , cui corrisponde anche un aumento della prevalenza fornita.

Analogamente diminuendo il numero di giri da n_1 a n_3 ($n_1 > n_3$), il punto di lavoro si sposta in P_3 con conseguente diminuzione di Q e H_m .

In ambedue i casi si ha una variazione consistente della potenza assorbita, poiché la potenza è funzione sia di Q , sia di H_m .



↳ VARIANDO LA CARATTERISTICA DELLA TUBAZIONE

In questo caso si varia la portata manovrando una saracinesca nella condotta di mandata (CASO PIÙ UTILIZZATO).

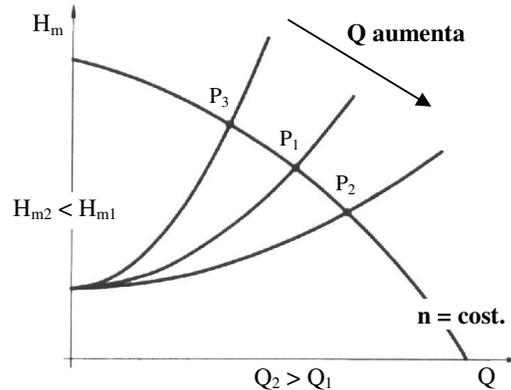
Aperto la saracinesca aumenta la portata Q e il punto di lavoro si sposta automaticamente da P_1 a P_2 , con conseguente diminuzione di H_m . Analogamente chiudendo la saracinesca il punto di lavoro si sposta da P_1 a P_3 con conseguente diminuzione della portata Q e aumento di H_m .

In ambedue i casi:

se AUMENTA $Q \rightarrow$ DIMINUISCE H_m

se DIMINUISCE $Q \rightarrow$ AUMENTA H_m

per cui la potenza assorbita rimane sensibilmente costante assicurando una stabilità di funzionamento.



In ogni caso, qualunque sia il sistema di regolazione, la pompa lavorerà in condizioni diverse da quelle ottimali per cui è stata progettata e, conseguentemente con rendimenti più bassi.

SCelta DI UNA POMPA CENTRIFUGA PER UN IMPIANTO

Come dati di progetto sono assegnati:

la PORTATA Q

la DISPOSIZIONE DEI SERBATOI e quindi $\left\{ \begin{array}{l} H_g, P_B, P_A \\ L_{TUBAZIONE}, \text{raccordi, valvole, ecc.} \end{array} \right.$

Per la tubazione si scelgono il tipo di materiale e diametri unificati, così da trovarli in commercio.

- ✓ In base a come verrà azionata la pompa si sceglie il numero di giri. Nel caso comune di pompa azionata da un motore elettrico:

$$n = 1450 \text{ giri/min (MOTORE CON 2 COPPIE POLARI } p = 2)$$

$$n = 2900 \text{ giri/min (MOTORE CON 1 COPPIE POLARI } p = 1)$$

Se invece la pompa è azionata da un motore a combustione interna n può assumere molti più valori.

- ✓ Alcune di queste pompe sono unificate, quelle con $n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0.75}} \leq 65$ (NUMERO DI GIRI SPECIFICO). In questo caso si leggono da tabella (pag. 749 del manuale), in funzione della portata in m^3/h , i diametri della tubazione di aspirazione e di quella di mandata. In caso contrario si fissano le velocità del fluido nella tubazione, in modo che:

$$v_{ASPIRAZIONE} = 1,5 \div 3 \frac{m}{s}$$

$$v_{MANDATA} = 4 \div 4,5 \frac{m}{s}$$

Da cui è possibile calcolare, applicando l'equazione di continuità, i **diametri** della tubazione:

$$A_{ASPIRAZIONE} = \frac{Q}{v_{ASPIRAZIONE}} \rightarrow D_{ASPIRAZIONE}$$

$$A_{MANDATA} = \frac{Q}{v_{MANDATA}} \rightarrow D_{MANDATA}$$

- ✓ Noti diametri della tubazione e velocità del fluido è possibile calcolare **le perdite di carico**:

$$Y_{TUBAZIONE} = \sum Y_{ASPIRAZIONE} + \text{(perdite di carico concentrate in aspirazione)}$$

$$Y_{ASPIRAZIONE} + \text{(perdite di carico distribuite in aspirazione)}$$

$$\sum Y_{MANDATA} + \text{(perdite di carico concentrate in mandata)}$$

$$Y_{MANDATA} + \text{(perdite di carico distribuite in mandata)}$$

Ogni perdite concentrate si calcola con la: $y = k \cdot \frac{v^2}{2g}$ con k funzione del tipo di ostruzione

Per le perdite distribuite: $Y = \beta \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot L$ con $\beta \approx 0,0025$ se il fluido è acqua

È consigliabile aumentare tali perdite del 10 ÷ 20%, perché nel tempo, per effetto delle incrostazioni aumentano.

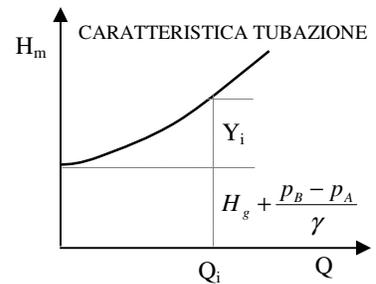
- ✓ Si calcola la **prevalenza manometrica** dell'impianto

$$H_m = H_g + \frac{P_B - P_A}{\gamma} + Y_{TUBAZIONE}$$

- ✓ Noto il valore delle perdite nella tubazione calcolate per la portata di progetto Q, è possibile tracciare per punti **la caratteristica della tubazione**, infatti

$Y = \alpha \cdot Q^2$ assegnato alla portata il valore generico $Q_i \neq Q$ si può scrivere $\frac{Y_i}{Y} = \frac{\alpha \cdot Q_i^2}{\alpha \cdot Q^2} = \frac{Q_i^2}{Q^2}$ da cui si calcola $Y_i = Y \frac{Q_i^2}{Q^2}$

quindi per ogni valore generico Q_i assegnato a Q si determina la corrispondente Y_i . Unendo tutti questi punti si ottiene la caratteristica della tubazione.

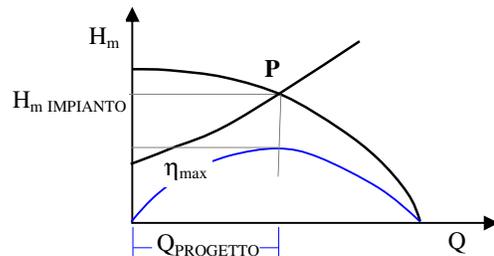


- ✓ Si calcola il numero di **giri specifico** n_q

$n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}}$ e in base al valore che assume si sceglie il TIPO DI GIRANTE della pompa come da manuale pag. 748

- se $n_q \leq 65$ (POMPA UNIFICATA) la tabella I del manuale, pag. 749, permette di determinare, in funzione di **n** e **H_m** il diametro della girante;
- se $n_q > 65$ si ricorre a dei diagrammi, detti A MOSAICO, che permettono di individuare il diametro della girante da utilizzare in funzione di **n**, **Q**, **H_m**.

- ✓ Scelta la pompa, di questa esistono i diagrammi con le curve caratteristiche (DIAGRAMMA COLLINARE). Sovrapponendo la caratteristica della tubazione è possibile **scegliere la pompa più idonea** per l'impianto.



- ✓ Si fa la **verifica alla cavitazione**

$h_a \leq \frac{P_{serb.} - P_{vap.}}{\gamma} - NPSH - (Y + \sum y)_{ASP.}$ è consigliabile porre la pompa ad un'altezza di aspirazione inferiore di quella di calcolo di circa 1 m

✓ Si calcola la **potenza meccanica assorbita**

$$P_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000 \cdot \eta_P} \text{ (kW)} \quad \text{o se la pompa è accoppiata col motore tramite GIUNTO}$$

$$P_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000 \cdot \eta_P \cdot \eta_{GIUNTO}} \text{ (kW)}$$

✓ Si calcola la **potenza elettrica** assorbita dal motore

$$P_{ELETTRICA} = \frac{P_a}{\eta_{mM} \cdot \eta_{ELET.}} \text{ (kW)} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \eta_{mM} \cong 0,98 \text{ rendimento meccanico del motore elettrico} \\ \eta_{ELET.} \cong 0,90 \text{ rendimento elettrico del motore} \end{cases}$$